المملكة العربية السعودية

مدينة الملك عبدالعزيز
للعلوم والتقنية KACST

كتاب العربية

علم الفوضى

تأليف: فرانسوا لورسا

ترجمة: زينا مغربل

مراجعة: د. شمس الدين خياري

١٤٣٥هـ - ٢٠١٤م

ماذا أعرف؟

Que sais-je?

المملكة العربية السعودية

مدينة الملك عبدالعزيز
للعلوم والتقنية KACST

كتاب العربية

علم الفوضى

تأليف: فرانسوا لورسا

ترجمة: زينا مغربل

مراجعة: د. شمس الدين خياري

١٤٣٥هـ - ٢٠١٤م

Que sais-je?

ماذا أعرف؟

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

لورسا، فرانسوا
علم الفوضى. / فرانسوا لورسا؛ زينا مغربل ـ الرياض، ١٤٣٤هـ
١٢٨ص ؛ ..سم
ردمك: ٧-٥٨-٨٠٤٩-٦٠٣-٩٧٨
١- الفيزياء ٢-الفوضى ٣- الفوضى - فلسفة
أ.مغربل، زينا (مترجم) ب. العنوان
ديوي ١, ٥٣٠ ١٤٣٤/٨٤٩٨

رقم الإيداع: ١٤٣٤/٨٤٩٨
ردمك: ٧-٥٨-٨٠٤٩-٦٠٣-٩٧٨

مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية
ص.ب. ٦٠٨٦ الرياض ١١٤٤٢
المملكة العربية السعودية
هاتف: ٤٨٨٣٤٤٤ - ٤٨٨٣٥٥٥ فاكس: ٤٨٨٣٧٥٦
الموقع الالكتروني: www.kacst.edu.sa
إصدارات المدينة: publications.kacst.edu.sa
البريد الالكتروني: awareness@kacst.edu.sa

رقم الإيداع الدولي للأصل بالفرنسية:

ISBN 2 13 053115 6
الطبعة الثانية الفرنسية المحدثة: ٢٠٠٢م

تم الإصدار ضمن التعاون المشترك بين مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية
والمجلة العربية (الثقافة العلمية للجميع)

بسم الله الرحمن الرحيم

تنويـــه

لا يقتضـي هـذا الكتـاب -المعد خصيصـاً للمبتدئين- مـن قارئه أي معرفة رياضـية. وقد آثرت على المعادلات مقاربة هندسية بسيطة تخاطب الحدس المـكاني. ولا أزعم هنا تقديم عرض مدقق للأفكار والاكتشـافات الرئيسـة التـي نجمعها تحـت عنوان «الفوضـى»، إذ لا يوجـد في الحقيقة «طريق ملكي لنيل العلم». إنّ لبّ مجرّة الفوضى رياضي. فلولا الرياضيات ما تمكنّا من رسم سوى صورة ضبابية له.

إن الهـدف من هذا المؤلَّف محدود إذن، إذ إنّ بودي أن يتمكن القارئ المهتم من فهم المقصـود حين نتحدث عن الفوضى وفهم ما لا يُقصد بهذا المفهوم أيضـاً، ولاسـيما أن الأفـكار المتداولة حوله لا تسـتند جميعها إلى أسـاس متين. كما أود أن يلمس القارئ البعد الفلسـفي لهذا التيار العلمي. بما أن الفوضـى امتداد للأعمال المؤسسـة لعلم الفيزيـاء، من غاليليو إلى نيوتـن ومن بعده، فهو يحمل أيضـاً تحدياً لعادات فكريـة قديمة يمكن أن يعيننا على تعزيز فهمنا لطبيعة الرياضيات والفيزياء.

وقد قمت بتبسـيط الأجزاء الرياضـية من هـذا العرض التي لا يُمكن حذفها دوماً بقدر الإمكان. و يمكن للقارئ، إذا لزم الأمر، تخطي الفقرات الرياضـية ذات الاسـتنتاجات المسـتأنفة إلى حـد بعيـد بلغـة بعيـدة عن التخصص. بيد أنني أنصح القارئ بالاطلاع على الرسوم الرياضية.

هذا، وقد اكتفيت باختيار بعض الأمثلة من الطيف الشاسـع للظواهر الفوضـوية المعروفـة في الوقـت الراهن. فقـد آثرت عرض قـدر كاف من التفاصـيل الخاصـة بالمحـاور المتناولة هنا لجعلهـا قابلة للفهـم. وقائمة المراجـع التي في نهاية الكتاب كفيلة بمسـاعدة القـارئ على الاطلاع على بعض الموضوعات التي لم أدرجها في عرضي.

الفصل الأول

تحليل الحركة

الظروف الابتدائية وقانون الحركة

إن الغاية من علم الفيزياء، كما كان يرى أحد أكثر علماء فيزياء القرن العشرين تعمقاً، يوجين ويغنر Eugene Wigner، ليس تفسير الطبيعة، وإنما الكشف عن أكثر قوانينها بساطة. فقبل غاليليو Galileo ونيوتن Newton ، كان البحث يهدف إلى إيجاد شروح وافية. وهكذا اقترح كبلر Kepler نظرية للنظام الشمسي، إذ كان يريد حساب بُعد الكواكب عن الشمس، وحتى عددها (لم نكن نعرف سوى ستة منها في زمنه). فقد عيّن لكل كوكب مداراً، مُدرِجاً بين المدارات الستة الأشكال الهندسية الخمسة المتعددة الأوجه التي كان أفلاطون Platon قد اكتشفها. وقد تمثل التقدم العظيم الذي أحرزه نيوتن أولاً بالتمييز بشكل واضح بين ما قد تزعم الفيزياء تفسيره، وما ينبغي أن تحجم عنه. فقد تتمكن من حساب قانون الحركة، ولكن تبقى الظروف الابتدائية خارج حدود نطاق هذا العلم.

فإذا قمنا على سبيل المثال بإلقاء حجر، فإنّ الفيزياء لا تنبئنا عن أي نقطة على وجه الأرض أُلقي منها هذا الحجر، وعن اتجاه حركته وسرعته. تُعرف هذه المُعطيات بالظروف الابتدائية. بيد أن الفيزياء باتت قادرة منذ غاليليو على أن تخبرنا بحركة الحجر عند ظروف ابتدائية محددة. تُسمى أداة هذا التنبؤ قانون الحركة. وكقاعدة عامة، يحدد قانون الحركة هذه الأخيرة بطريقة وحيدة عند تحديد الظروف الابتدائية، وهو ما نُسميه الحتمية: وهو موضوع مهم سنعود إليه لاحقاً (الفصلان الثاني والسابع).

فضاء الطور

يتمثل أول وصف يتبادر إلى الذهن لحركة الحجر في تعيين مسار هذا الحجر بتحديد إطاره الزمني (أي إنه يتم الوصول إلى نقطة محددة في المسار في لحظة محددة). (لا يتمثل الأمر هنا في حجر حقيقي، بل «جسيم نقطي أو نقطة مادية»: أي جسم صلب نتجاهل جميع أبعاده). بيد أن الفيزياء لا تهتم أبداً بحركة بعينها: فمن منظور الفيزياء تُعَد كل حركة مثالاً، أي عنصراً واحداً من بين عناصر أخرى في مجموع كل الحركات الممكنة.

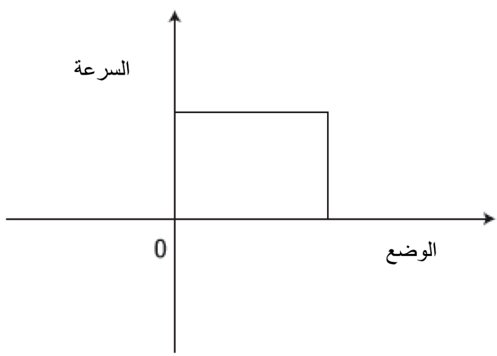
ثمة عدد لا متناه من المسارات الممكنة للحجر تمر بنقطة ما في الفضاء. يمكن وصف هذه المسارات بتحديد سرعة الحجر (قدراً واتجاهاً) لدى مروره بالنقطة موضع الاهتمام (السرعة الابتدائية). من هنا فإن وصف كل شيء في الفضاء الفيزيائي دون غيره يترتب عليه وجود عدد لا متناه من المسارات الممكنة في كل نقطة من هذا الفضاء.

لننظر إلى الأمر ببعض التجرد: ولنتناول الآن مصطلح «الفضاء» بالمعنى المجرد الذي تخصصه له الرياضيات، ولنقم بتحديد فضاء لا ينطوي على المواضع فحسب، بل على السرعات أيضاً. توافق نقطة ما من هذا الفضاء (ذي الستة أبعاد، ثلاثة للموضع وثلاثة للسرعة) وضعاً محدداً للنقطة المادية، وسرعة محددةً أيضاً لهذه النقطة. ويعرف فضاء الظروف الابتدائية بفضاء الطور للنقطة المادية محلّ الدراسة.

تحتل نقطةٌ مادّية متحركةٌ ما -في كل لحظة- وضعاً محدداً وسرعة محددة؛ ولذا فإن نقطة الطور المتحركة تشغل في كل لحظة وضعاً ما، ومن ثم فإنها ترسم منحنى في فضاء الطور يسمى مسار الطور. وإذا حددنا لكل نقطة على مسار الطور لحظةَ شغل نقطة الطور هذا الوضع، توصلنا إلى وصف هندسي كامل للحركة.

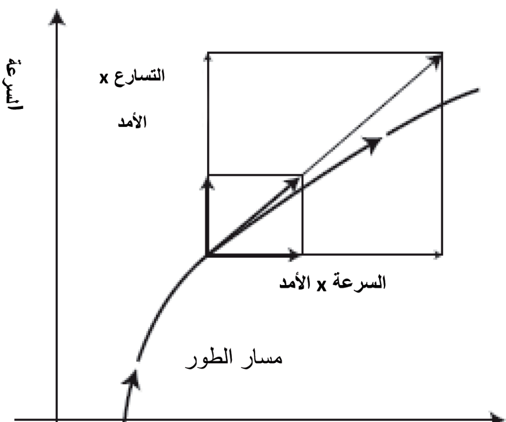
فيمــا يلــي الأمر الأهــم: نعــرف أن الظــروف الابتدائيــة، في ما عدا الحــالات الاســتثنائية، تحــدد الحركــة بمجملهــا (أي قبل وبعــد اللحظة التي تعرف بأنها «الابتدائية»). وتُترجم القاعدة على الصــعيد الهندســي كمــا يلي: يمرّ بكل نقطة من فضــاء الطور مســار طــور ممكن وحيد. تملأ المســارات فضــاء الطور كلَــه، نظراً إلى مرور مســار واحد بــكل نقطة من فضاء الطور؛ وهي مسارات لا تتقاطع أبداً إذ لا يمر بكل نقطة سوى مسار واحد. هذا التبســيط الهندســي هو ثمرة اجتهادنــا في التفكير التجريدي: وهو قبول مفهوم فضاء الطور ذي الأبعاد الستة (في حال النقطة المادية).

من حســن الحظ أننا كثيراً ما سنعتبر نظاماً يوصف وضعه بإحداثية واحدة (على سبيل المثال: نقطة مادية لا نعتبر سوى حركتها العمودية، على غرار عربة تتحرك على سكة). يكون لفضاء الطور عندئذ بعدان: أحدهما خاص بالوضــع، والآخر بالسرعة (الشكل. ١). نقول حينئذ إن الأمر يتعلق بحركة ذات بعد واحد.



الشكل ١- مستوي الطور (فضاء الطور الخاص بحركة ذات بعد واحد)

لننتقل الآن من الوصف المحض والبسيط للحركة (علم الحركة) إلى البحث عن قانون الحركة وفق الحالة الفيزيائية التي تحكمها (علم التحريك أو الديناميكا). إذا لم تخضع النقطة المادية لأي قوة، أو إذا كانت القوى التي تخضع لها هذه النقطة المادية متكافئة بحيث تؤول المحصلة إلى الصفر، فستبقى سرعتها ثابتة في قدرها واتجاهها: وهو مبدأ العطالة. فالقوة لا توجِد الحركة، إنما تُخضعها، فتغير سرعتها ، بلمسات صغيرة إن صح القول. وفي السياق الهندسي، يمكن ترجمة ذلك كما يلي: تتجزأ إزاحة نقطة الطور خلال أمد لا متناهي الصغر (الشكل ٢)،



الشكل ٢- تجزوء متجه النظام الديناميكي - إزاحة الصغر (السهم السميك) لنقطة الطور خلال أمد متناهي الصغر مسار الطور مماس لمتجه النظام الديناميكي

حسب الاتجاهات الأفقية والعمودية لمستوي الطور (المقصود من تعبير «لا متناهي الصغر» هو أن هذا الأمد أقل من أي مدة زمنية معينة. أما على الصعيد العملي، فإن علماء الفيزياء يقصدون ببساطة مدة زمنية صغيرة جداً تكون تغيرات الوضع والسرعة-التي سنتحدث عنها- خلالها صغيرةً جداً هي كذلك).

تصف الإزاحة الأفقية لنقطة الطور (الشكل ٢) تغيير وضع النقطة المادية بفعل السرعة المكتسبة، وهي تتناسب مع هذه السرعة، بينما تصف الإزاحة العمودية لنقطة الطور تغير سرعة النقطة المادية بفعل القوة التي تتعرض لها هذه الأخيرة، وهي تتناسب مع هذه القوة. (معلومة إضافية لمن يرغب في الاطلاع: الإزاحة الأفقية: dx=vdt، الإزاحة العمودية: (dy=(F/m)dt).

في كل نقطة من فضاء الطور إذن متجه (سهم) يبين اتجاه الإزاحة غير المتناهي الصغر لنقطة الطور، أي بتعبير آخر، اتجاه خط تماس مسار الطور الذي يمر بهذه النقطة (الشكل ٢). تعرِّف جميع هذه المتجهات نظاماً ديناميكياً، علماً بأن تحديد مسارات الطور عند معرفة النظام الديناميكي يمثل المسألة التي يبحثها علم التحريك. تجدر الإشارة إلى أن مصطلح «النظام الديناميكي» يشير إلى مفهوم رياضي. وفي الحالات البالغة البساطة، يمكننا أن نحدد بدقة مسارات الطور الخاصة بنظام ديناميكي، إلا أننا مضطرون في معظم الأحيان إلى الاكتفاء بتحديدها بشكل تقريبي.

حركة الكواكب: تقريب كبلر

اكتشف كبلر Kepler ثلاثة قوانين لحركة الكواكب حول الشمس، بقيت على الرغم من كل الثورات العلمية. يرسم كل كوكب مداراً إهليلجياً تشغل الشمس بؤرة فيه، وهذا هو القانون الأول؛ أما القانونان الآخران

فيحـددان ميقـات الكوكب على مـداره الإهليلجي، بالإضـافة إلى العلاقة القائمـة بين حجم هذا المدار الإهليلجي والوقت الذي يسـتغرقه قطع هذا المدار كلياً. وكانت هذه القوانين التجريبية تفتقد إلى أسـاس نظري راسخ؛ فكان نيوتن هو الذي نجح في إعطائها إياه.

مـن أجل تحقيـق هذه الغايـة، قام نيوتـن بتطبيق المبـادئ التي قمنا بتلخيصها: ولاسـيما التمييز بين الظروف الابتدائية وقانون الحركة؛ وهو المبـدأ الرئيس لعلم التحريك الذي يربط الحركة بالقوة التي تتحكم فيها، والذي عرضـنا صيغته الهندسـية. وقد افترض نيوتن أن القوة الفعالة في هذه الحالة هي التفاعل التثاقلي الذي تمارسـه الشمس على الكوكب: تلك القوة الشهيرة التي تتغير حسب معكوس مربع المسافة التي تفصل الشمس عن الكوكب.

ومـن أجـل التمكن مـن تحديد مسـارات هـذا النظـام الديناميكي، قام نيوتن أولاً بتبسـيط المسـألة بشـكل جذري، وهو ما سنسـميه التقريب الكبلري: يجب افتراض كون كل كوكب وحيداً مع الشـمس. ومن الصـدف الاسـتثنائية حقاً كون هذا التقدير تحديداً هو ما يسـمح بتصـوير قوانين كبلـر. فهو لم يكن قـادراً بالمشـاهدات المتوافرة لديه (مشـاهدات بالعين المجـردة!) على كشـف الفوارق بـين الحركة الحقيقية وتلك التي تصـفها القوانـين. وكان توافـق قوانين كبلر مع هذه المشـاهدات حقاً هو ما شـجّع علماء الفلك والفيزياء على مواصلة بحوثهم.

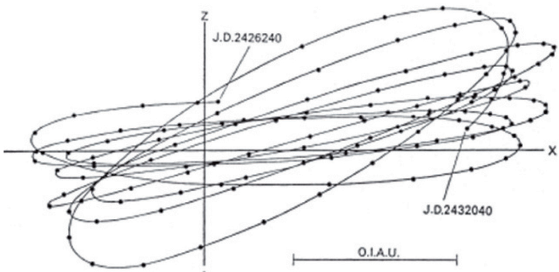
ولكـن كيـف تمكن نيوتن من ترجمـة قوانين كبلر؟ لقـد قمنا بترجمة أمريـن رئيسـين مـن اكتشـافاته إلى اللغة الهندسـية بالقـول: إن مفهوم الظروف الابتدائية يعطي فضـاء الطور وإنّ قانـون الحركة يعطي النظام الدينـاميكـي. ذلك أن تحديد الحركات الممكنة للكيان المادي الذي يشـكله النظام الشمسـي يعني الخروج- بوساطة بعض عمليات التبسيط- بنظام ديناميكي (كائن رياضـي)، ومن ثم إيجاد مسـارات الطور الخاصة بهذا الأخير. وقد استطاع نيوتن حل هذه المسألة بدقة في حال التقريب الكبلري.

الفصل الثاني

المفهوم الكلاسيكي لعلم التحريك

طريقة الاضطرابات

كيف نتجاوز التقريب الكبلري، وكيف نأخذ في الحسبان آثار الكواكب الأخـرى على حركة ذلك الذي ننظر إليه؟ تظهر ملاحظات دقيقة بشـكل كاف وممتـدة على مـدد زمنية كافيـة وجود هـذه الآثار حقـاً: فالمدارات الإهليلجيـة الكبلريـة الخاصـة بالكواكب غـير ثابتة، بل إنها تتشـوه قليلاً وتدور ببطء شديد. ومن أجل تصور مثل هذه الحركة الكبلرية المختلة، من المفيـد النظر إلى مثـال يكون فيه الفارق بالنسـبة إلى حركة كبلريّة تماماً أكبر منه بالنسبة إلى الكوكب. ويمثل الشكل ٣



الشكل ٣- حركة أحد أقمار المشتري (نسخ عن جاي. كوفالفسكي، قوانين كبلر وعلم الميكانيكا السماوية الحديث، آفاق في علم الفلك، 18J. Kovalevsky، Kepler's Laws and Modern Celestial ((1975 Mechanics، Vistas in Astronomy)، **ص.٦٠٨. بإذن من إلسيفير ساينس إن إل** Elsevier Science NL، **سارا بيرغرشترات** - Sara Burerstraat 25، 1055 **كاي في، أمستردام، هولندا)**

إسـقاط مسـار القمر الثامن للمشـتري على مسـتوى يتقاطع عمودياً مع مسـتوى قمر المشتري؛ يتمّ الرصـد خلال ٥٨٠٠ يوماً. يعود الفارق مع الحركة الكبلرية بشكل أساس إلى قوة الجاذبية الناجمة عن الشمس.

لقد تمّ تناول مسألة تأثير الكواكب الأخرى على حركة كوكب ما بشكل حصري منذ نيوتن إلى نهاية القرن العشرين بواسطة طريقة الاضطرابات إذ إنه يمكن تدوين الطاقة الشمسية على شكل مجموع: أي الطاقة التي يتمّ حسـابها دون اعتبار أي شـيء سـوى فعل القوة التثاقلية للشمس، مُضافٍ إليهـا الطاقـة الناجمـة عـن التفاعـل التثاقلـي للكواكب. وتقـوم طريقة الاضـطرابات على كون الحد الثاني من هذا المجموع صـغيراً بالمقارنة مع الحد الأول (وهو سـبب حصـولنا علـى نتائج التقريـب الكبلري عند عدم اكتراثنا به البتّة، وهي نتائج لا بأس بها كما رأينا). سـيكون بوسـعنا إذن حسـاب أثر تفاعل الكواكب من خلال إجراء بعض التصحيحات البسيطة علـى التقريـب الكبلري، و هو ما سـيُعرف بالتقريب مـن الرتبة -. نجري أول تصـحيح، وهو الذي يراعي بشـكل إجمالي آثار الكواكب الأخرى: وهو تقريب من الدرجة الأولى. بعد ذلك نقوم بتصـحيح هذا التقريب مع أخذ الكواكب الأخرى في الحسـبان على نحو أكثر دقة، ونسـتمر بهذا الشكل في التصـحيح عبر أوجه تقريب متتالية. هذا وتأتي االمقادير التي تحدد وضع المـدار الإهليلجي وشـكله على هيئة مجاميع: الحد مـن الرتبة ٠ (كبلري) مضـاف إليـه الحد من الرتبة ١، مضـاف إليه الحد مـن الرتبة ٢، إلخ... وقد كان السـائرون على درب نيوتن يعتقدون أن هذه المجاميع تمثل الدورة الإهليلجيـة الحقيقية بتقريب يزداد دقة كلما ازدادت حدود عملية الجمع. وكان بوسـعنا فضـلاً عن ذلك (علـى الأقل من حيث المبـدأ) أن نقلّل كما نشـاء الفارق بـين القيمة الحقيقية لمقـدار ما وقيمته التقريبية المحسـوبة باسـتخدام طريقة الاضـطرابات: وكان يكفي أن نتخذ لهـذه الغاية عدداً كافياًمن الحدود.

يُعـرف تمثيل عدد ما من هذا القبيل بعمليات جمع تسـفر عن تقريب

يتعــزز كلمــا تضــمنت هذه العمليــات الجمعيــة حــدوداً أكثر، بأنه نشــور بمتسلســلة. ويعمِّم المفهوم الرياضــي المعروف بالمتسلسلة مفهوم الجمع: فثمة عدد متناه من الحدود في عملية الجمع، بينما تنطوي المتسلســلة على عــدد لا متنــاه من الحدود. لنتناول مثالاً في منتهى البســاطة يكفي لإظهار التبايُــن الرئيســ بين المفهومــين. إنّ المجمــوع :١+١+١+...+١، حيث عدد الحدود هو العدد الصــحيح n، يســاوي n. أما في المتسلســلة ١+١+١+...، ذات العدد غير المتناهي من الحدود، فلا يمكن بدهيًّا أن تسفر عن مجموع متناه؛ بدلاً من قول إن لها مجموعاً متناهياً، نقول إنها متسلسلة متباعدة. توجد كذلك متسلســلات لها مجاميع متناهية وتوصف بأنها متقاربة. على ســبيل المثال يمكن تمثيل الكسر ١/٩ بالعدد العشــري ١١١١،٠... ، أي إن المتسلســلة ١/١٠+١/١٠٠+١/١٠٠٠+٠٠٠ متقاربــة ومجموعهــا يســاوي ١/٩. إن التعريف الدقيق لمفهوم الجمع في المتسلسلات المتقاربة أمر صعب في الواقع، ولم يتوصل علماء الرياضيات إليه حتى تمرسوا على مدى قرون في التعامل التجريبي مع المتسلسلات.

ولكن هل مسألة تقارب المتسلسلات مسألة حاسمة؟ سرعان ما تزداد صعوبة الحســاب مع تنامي رقم الحد، ونادراً ما تتجاوز الحسابات الرتب الأولى؛ إنّ مــا يعنــي الفلكي لدى اســتخدامه طريقة الاضــطرابات، ليس تقارب المتسلســلة، بل التوصل إلى تقريب يوفي بغرضه من خلال الاحتفاظ بعدد صغير من الحدود فقط. وبالعودة إلى مثالنا المبالغ في بساطته، يمكن في المســائل العملية تمثيل العدد ١/٩ بعملية النشور المشار إليها بالاحتفاظ بخانة أو خانتين أو ثلاث أو أربع خانات عشرية فقط.

ثوابت الحركة والطارات غير المتغايرة

بإلقــاء النظــرة إلى الماضــي يمكننــا الآن فهم ســبب تجــاوز طريقة الاضــطرابات مجرد كونها طريقة حساب: فقد قامت بإحلال مفهوم لعلم

التحريك ننعته بالتصور الكلاسيكي. وخلافاً لما قد يقوله أو يوحي به بعض متطرفي علم الشّواش، فإن الشّواش لم يقوض علم التحريك الخاص بنيوتن وأتباعه، ولا حتى طريقة الاضطرابات، بل كشف لنا أن التصور الكلاسيكي لم يكن نابعاً في الحقيقة من معادلات نيوتن: إنما أضاف لها نظريات ضمنية وبعض أوجه التعميم الجريئة بشكل مفرط. ذلك أن جوهر التصور الكلاسيكي هو فكرة كون الأنظمة الديناميكية الأكثر بساطة نموذجية: أما الأنظمة الأخرى فلا تختلف عنها إلا ببعض أوجه التعقيد غير الأساسية.

لا بد هنا من توضيح. ثمة أنظمة ديناميكية نستطيع حساب مسارات الطور الخاصة بها بمنتهى الدقة باستخدام وسائل بدائية. وهذا هو الحال على سبيل المثال بالنسبة للنظام الشمسي فيما يتعلق بالتقريب الكبلري (فالكواكب تتفاعل مع الشمس فقط وليس مع بعضها البعض). ومن أجل تمييز نظام ديناميكي ما، نطرح السؤال التالي: كم نحتاج من الأعداد لتحديد موضعه؟ يمكننا اعتبار الشمس ثابتة، وبهذا يكفي أن نحدد موضع كل كوكب. وينبغي أن نحدد لكوكب ما (ممثل بنقطة مادية) أبعاده الثلاثة في فضاء ذي ثلاثة أبعاد؛ ونقول إن هذا الكوكب يحدد نظاماً ديناميكياً ذا ثلاث درجات حرية. لفضاء طور الكوكب إذن ستة أبعاد (ثلاث إحداثيات تضاف إليها ثلاث سرعات). من هنا فإن لكوكبين ست درجات حرية، وفضاء طور ذا اثني عشر بعداً، إلخ...

لكن الطاقة الإجمالية لنظام كهذا لا تتغير بمرور الزمن، لأننا حتى الفصل الخامس من هذا الكتاب سنتجاهل الاحتكاكات: ونقول في هذه الحالة إننا نتعامل مع نظام ديناميكي هاميلتوني. وتعد الطاقة في مثل هذا النظام ثابتاً من ثوابت الحركة. لنفترض أن لنظامنا الديناميكي عدداً (N) من درجات الحرية، ومن ثم فضاء طور بـ2N بعد (يشير 2N إلى ناتج ضرب العدد الصحيح N في ٢). يحصر مبدأ انحفاظ الطاقة كل مسار طور في هذه الحالة بـ «مساحة» ذات (2N-1) بعدا: ذلك أن وجود ثابت

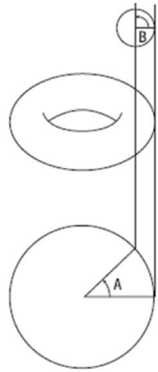
الحركة يُفقد بعداً من الأبعاد. بيد أن مصطلح «مساحة» يوحي بمساحة عادية كمستو أو كرة، ذاتَي بعدين: نتحدث في حالة أي عدد من الأبعاد عن «صنف» بدلاً من الحديث عن مساحة. ومن أجل أن نفهم كيف يتسبب قانون انحفاظ الطاقة في فقدان بعدٍ ما وتقييد مسار الطور بصنف ذي (2N-1) بعدا، لنفكر في حركة ذات بعد واحد (أنظر الفصل ١): عندئذ يكون N=1. لنفترض أن الطاقة تتناسب طرداً مع المسافة ما بين النقطة المادية ونقطة ثابتة ما O. يفرض قانون انحفاظ الطاقة على نقطتنا المادية البقاء على دائرة مركزها O؛ وبما أن الدائرة هي منحنى، أي صنف ببعد ١؛ من هنا فقد ألغى قانون انحفاظ الطاقة بالفعل بعداً واحداً، كما تبينه العبارة الرياضية العامة (2N-1).

في مثال النظام الشمسي الكبلري، لا تنحفظ الطاقة الإجمالية للنظام فحسب، بل تنحفظ كذلك طاقة كل كوكب (لأننا نتجاهل التفاعلات بينها). توجد إذن قوانين إضافية للانحفاظ. ففي الواقع يوجد في الإجمال N قانون انحفاظ، يُفقِد كل منها بعداً واحداً. يقسر N قانون انحفاظ كل مسار طور على البقاء في صنفٍ عددُ أبعاده : 2N-N=N. ولهذه السمة الخاصة أهمية أساسية ستتضح بعد قليل. يمكننا تقديم وصف بسيط لهذا الصنف ذي الـN بعدا الذي لا يزال حتى الآن شيئاً مجرداً. الحركة الكبلرية لكوكب ما حركة دورية: بعد مرور مدة زمنية ما، تسمى الدور، يجد الكوكب نفسه عند نفس النقطة من مساره بنفس السرعة، وتبدأ الحركة من الجديد. هكذا يستغرق دوران الأرض بموجب هذا التعريف عاماً واحداً (كما يتيح التجاذب النيوتني مساراً على شكل قطع زائد أو مكافئ، بمعنى حركات ترسل الكوكب إلى مالا نهاية؛ ولاستثناء مثل هذه الحالات، سنتفق فيما يلي على الاقتصار على الحركات المحدودة فقط، حيث يستثنى الانطلاق إلى مالا نهاية).

يتمثل النموذج الأصلي للحركات الدورية ذات البعد الواحد في دوران بسرعة ثابتة على دائرة؛ ويحدد وضع النقطة المادية على الدائرة بزاوية.

لكن ماذا يحدث بالنسبة إلى حركة ذات بعدين، أي مجموع حركتين دوريتين؟ نحدد عندئذ وضع النقطة المادية بواسطة زاويتين. وهذا يطابق هندسياً تحديد موضع نقطة على طارة، وهو مصطلح يشير إلى حلقة ذات مقطع دائري، كغرفة هواء منفوخة جيدا (الشكل ٤). مع التحديد: طارة ببعدين.

التعميم هنا طبيعي جداً، فإذا كان نظام ديناميكي ما من طراز نظامنا الشمسي الكبلري ينطوي على N درجة حرية، فإن موقعه سيتحدد بـ N زاوية، أو بإعطاء نقطة على طارة عدد أبعادها N، تُعرف بالطارة غير المتغايرة. هل تبقى الحركة دورية؟ ليس هذا هو الحال بشكل عام لأن أدوار مختلف الكواكب ليست متناسبة (بمعنى أنها لا تشترك في مضاعف مشترك: فلو وجد مضاعف مشترك لكانت الحركة دورية، فلو كانت مثلاً لكوكبين دورتان تقدّران بعامين وثلاثة أعوام على التوالي، لكانت حركتهما الإجمالية ذات دور قدره ستة أعوام). الجدير بالذكر أن مفهوم الأدوار غير المتناسبة مفهوم شائع: فوجه التعقيد في التقويم يعود تحديداً إلى وجود أدوار غير متناسبة لكل من دوران الأرض النهاري ودورة الأرض السنوية ودوران القمر. فالحركة الناجمة عن مجموع حركات دورية ذات أدوار غير متناسبة لا تعود بالضبط إلى الحالة الابتدائية، وإنما تعود إليها تقريباً (بعد مرور مدة من الزمن تزداد بقدر رغبتنا في تدقيق التقريب)؛ وهذا هو السبب وراء تسمية مثل هذه الحركة حركة شبه دورية.



الشكل ٤- على طارة ذات بعدين، يتحدد وضع نقطة ما بواسطة زاويتين A و B

الأنظمة القابلة للتكامل

فلنعد الآن إلى طريقة الاضطرابات. بتنا نعرف أنها تسفر عن سلسلة من توصيفات لحركة النظام الديناميكي محل الدراسة: من الرتبة الأولى، إلى الرتبة الثانية، إلخ... قد نتساءل عما إذا كانت هذه التوصيفات تملك الخواص العامة نفسها التي تميّز الحركة غير المضطربة- وفي مثالنا، المقصود من هذه الأخيرة هو حركة النظام الشمسي في التقريب الكبلري الذي يتجاهل تفاعلات الكواكب فيما بينها. أولاً، هل الحركات غير المضطربة بمختلف رتبها محدودة؟ سنرى لاحقاً (الفصل الرابع) أن الإجابة هي نعم فيما يخص النظام الشمسي، على الأقل بالنسبة للرتب الصغيرة. وهذا يعني في سياق التقريبات محل النظر أن أشكال مدارات الكواكب تتغير (تماماً كشأن المدارات الحقيقية. يرجى الرجوع إلى الشكل ٣)، إلا أن كوكباً واحداً لن يُطرد خارج النظام الشمسي ويرسل إلى اللانهاية (وهذا ما حدث لبعض المسابير الفضائية).

الآن وقد أوضحنا هذه النقطة، فلنذكر الأهم: للحركات المضطربة أيضاً N ثابت حركة، ومن ثم فإن مسارات الطور المضطربة محصورة أيضاً في طارات لا متغايرة ذات N بعدا. يضفي هذا الأمر على حركات النظام بساطة أساسية. فمن جهة ينطوي حساب مسارات الطور على حسابات تكامل (ولا يعنينا هنا تعريف التكامل، إذ ما يهم هو أن نتمكن من حسابها بسهوله بالتقريب الذي نريد) ولذا نقول إن نظاماً ديناميكياً ينطوي على N ثابت حركة هو نظام قابل التكامل، أي إنه قابل للحساب بواسطة معادلات. هذا ومن جهة أخرى، يسفر الـN ثابت للحركة عن «تصفح» فضاء الطور وتسمح هكذا بوصف هندسي كامل لمجموع المسارات. ومن أجل فهم ما ينطوي عليه هذا التصفح، لنعد إلى مثال حركة ذات بعد واحد (N=1). لنقارن فضاء الطور ذا بعدين بخارطة جغرافية والطاقة بالارتفاع عن سطح الأرض. تكون خطوط الكفاف في هذه الحالة هي المنحنيات التي تكون للطاقة عندها قيمة ثابتة؛ ويحمل منحنى من هذا النوع كل مسار (لأن الطاقة من ثوابت الحركة). وعند رسم خطوط كفاف الطاقة نحصل، في آن واحد، على وصف المسارات وتقسيم لفضاء الطور («التصفح») يعطي وصفاً هندسياً لخصائص النظام الديناميكي.

أصبح بمقدورنا الآن توضيح جوهر التصور الكلاسيكي لعلم التحريك. (أصبح هذا المشروع الذي ينطوي على بعض المجازفة ممكناً الآن، ولا سيما أنه يتعلق بتصور تجلت حدوده). فقد أثبتت مجالي النجاح الباهر الذي حققته نظرية الاضطرابات في مجال الميكانيكا السماوية (أنظر الفصل ٤) فكرة كون جميع الأنظمة الديناميكية –أو على الأقل جميع الأنظمة التي توافق من قريب أو بعيد الكيانات الحقيقية التي يدرسها علماء الفلك والفيزياء- ذات الخواصّ الأساسية التي تتسم بها الأنظمة الديناميكية في نظرية الاضطرابات، أي إن جميع هذه الأنظمة الديناميكية ذات الجدوى فيزيائياً هي أنظمة قابلة للتكامل، ولذا فإن حركاتها (حينما تكون محدودة) هي حركات شبه دورية.

«العلم عدو التصادُف (الاحتمال)»

صحيح أنه كان هناك استثناء لهذه القاعدة. فقد ابتكر كل من ماكسويل Maxwell و بولتزمان Boltzmann النظرية الحركية للغازات، في محاولة لاستنتاج خواص الغازات انطلاقاً مما كان مجرد نظرية في ذلك الحين، أي البنية الذرية للمادة. كان الأمر يتعلق بأنظمة مكونة من عدد ضخم من الذرات أو الجزيئات (من رتبة «١٠ أس ٢٣»، أي ١ يتبعه ٢٣ صفراً). وكان بولتزمان Boltzman قد وضع «الفرضية ألأرغوديكية» (Ergodic hypothesis) التي مفادها أن الأنظمة الديناميكية التي تصف مثل هذه الكيانات المادية، لا ثابت حركة لها سوى الطاقة. لا بد إذن من إكمال وصفنا لجوهر التصور الكلاسيكي لعلم التحريك: بموجب هذا التصور، تكون الأنظمة الديناميكية ذات العدد الصغير من درجات الحرية ، كتلك التي نلاقيها في سياق علم الفلك، هي أنظمة قابلة للتكامل حركتها شبه دورية: أما الأنظمة الديناميكية ذات العدد الضخم من درجات الحرية ، كتلك التي نلاقيها في النظرية الذرية للمادة العيانية، فهي أنظمة تخضع لـ «الفرضية ألأرغوديكية». تجدر الإشارة هنا إلى أن هاتين الحالتين مفرطتان: فالأنظمة التي من النوع الأول لها أكبر عدد ممكن من ثوابت الحركة، بينما لدى تلك التي من النوع الثاني ما قلّ منها بقدر الإمكان.

تتعلق إحدى النتائج الأساسية المترتبة عن جوهر التصور الكلاسيكي بمسألتي الحتمية والتصادُف أو الاحتمال (hasard). لقد ذكرنا (الفصل ١) أن الظروف الابتدائية تحدد بشكل عام مسار الطور؛ من هنا كنا نخرج باستنتاجات إبستمولوجية (أي خاصة بأصول المعرفة) وميتافيزيقية بشأن الحتمية (أنظر الفصل ٧). فقد كان التصادف أو الاحتمال، الذي كان يعد متنافراً مع الحتمية، مستثنى من دراسة الأنظمة المتدنية درجات الحرية، وبخاصة الأجسام الفلكية. إلا أن النظرية الحركية للغازات كانت

قد تحولت بفضل جهود ماكسويل Maxwell وبولتزمان Boltzmann وجيبس Gibbs وغيرهم من علماء الفيزياء إلى ميكانيكا إحصائية جمعت بين قوانين نيوتن للحركة ومفاهيم نظرية الاحتمالات. وكان ثمة تعارض بين تدخل نظرية الاحتمالات وبين مفهوم مفترض من قبل معظم علماء الفيزياء يُمكن تلخيصه بالمسلَّمة: «العلم عدو التصادف». وكانوا يبررون ذلك بقولهم: لو كنا قادرين على حساب حركة عدد الجزيئات الضخم الذي يكوِّن عيِّنة من المادة العيانية، لاستطعنا الاستغناء عن نظرية الاحتمالات. فهي لا تتدخل هنا إلا لسبب طارئ بحت: وهو استحالة إجراء هذه الحسابات من الناحية العملية. وسننظر في الفصل ٧ في رأي بوانكاريه Poincaré في هذا الذريعة.

الفصل الثالث

الخواص العشوائية للأنظمة الحتمية

إعادة النظر البطيئة في التصور الكلاسيكي

سيتناول هذا الفصل بشكل عام إعادة النظر في التصور الكلاسيكي لعلم التحريك، وهو التصور الذي عُرض في الفصل الثاني بإيجاز. فقد استغرقت إعادة النظر قرابة قرن من الزمن، لكن الأمر انطوى لمدة طويلة على أعمال وأفراد تجاهل بعضهم بعضاً؛ ولم تتجل ملامح مشهد جامع حتى حقبة الستينيات والسبعينيات تحت عنوان الفوضى. ففي الأصل تبادرت فكرة الحساسية تجاه الظروف الابتدائية؛ إذ ألقت هذه الفكرة منذ البدء بظلال الشك على التصور الكلاسيكي للحتمية، لكنها لم تتبلور إلا ببالغ البطء بدءاً من ملاحظات ماكسويل Maxwell وحتى اكتشافات بوانكاريه Poincaré. كان التشكيك بعد ذلك في جوهر التصور الكلاسيكي - أي فكرة كون الأنظمة الديناميكية التي تعني الميكانيكا السماوية هي أنظمة قابلة للتكامل- نتيجة الأعمال الجوهرية التي قام بها بوانكاريه Poincaré : لم تنل هذه الأعمال الفائقة طوال عقود طويلة ما تستحقه من تقدير. فقد ساد رأي مسبق طوال النصف الأول من القرن العشرين كان يعتقد أن الميكانيكا النيوتنية قد اكتملت تماماً، وأن ظهور النظرية النسبية ومن بعدها ميكانيكا الكم إيذان باندثارها كمجال بحثي. كانت الميكانيكا السماوية تشكل مجالاً في حد ذاتها يعرفه بعض المتخصصين - من الرياضيين أو الفلكيين- إلا أن الفيزيائيين، الشغوفين بتقدم علمهم، كانوا غافلين تماماً عن هذا المجال. ولكن مع

حلول عقدَي الخمسينيات والستينيات، كان المتخصصون العاكفون على دراسة ميكانيكا الجسيمات في المعجِّلات أو ميكانيكا النجوم في المجرات أو حتى الحقول المغناطيسية في البلازما يصادفون أمثلة ملموسة من الأنظمة الديناميكية المنطوية في الوقت نفسه على مسارات منتظمة ومسارات عشوائية (أنظر لاحقاً) وهو ما ينافي التصور الكلاسيكي. كما كانت النظرية الرياضية الخاصة بالأنظمة الديناميكية من جهة أخرى تحقق تقدماً لافتاً للنظر، وبخاصة مع أعمال كولموغوروف Kolmogorov ومدرسته، وكذلك أعمال سمال Smale (والتي لن أستطيع أن أفيها حقها، إلا أنها موصوفة في عدد من المراجع المذكورة في آخر الكتاب). لقد أبرزت مؤخراً بعض التجارب الفيزيائية بعض الظواهر الفوضوية الجديدة التي سنشير إليها بإيجاز في نهاية الكتاب. وقد أسفر التلاقي (وإن لم يكتمل بعد) بين هذه الأبحاث المتباينة تماماً عن النتائج المدهشة التي نجمعها اليوم تحت عنوان الفوضى.

ماكسويل والحساسية إزاء الظروف الابتدائية

كان أول صدع في التصور الكلاسيكي لعلم التحريك من نتاج عمل عالم الفيزياء البريطاني جيمس كليرك ماكسويل James Clerk Maxwell، الذي اشتُهر بصفة خاصة باكتشافه القوانين الأساسية الخاصة بالكهرَمغنطيسية (معدلات ماكسويل). ففي كُتيِّبه في علم التحريك النيوتوني («المادة والحركة»)، الذي نشر في عام ١٨٧٧، يناقش ماكسويل «المبدأ الأساس لعلم الفيزياء» في إحدى الفقرات. يورد أولاً المبدأ: "تُحدث نفس الأسباب دوماً نفس الآثار» ويمضي لافتاً النظر إلى أن هذه الأسباب لا يمكن أن تكون في جميع السياقات لأن الحدث الواحد لا يمكن أن يتكرر. ما يعنيه هذا المبدأ في الواقع إذن هو أنه إن لم تختلف الأسباب إلا في اللحظة أو المكان، كذلك يكون شأن آثار هذه الأسباب.

ثم ينتقل ماكسويل إلى مناقشة مبدأ آخر: «تُحدث الأسباب المتشابهة نتائج متشابهة»، قائلاً إن هذا لا يكون صحيحاً إلا إذا لم تُحدث تغيرات طفيفة في الظروف الابتدائية سوى تغيرات طفيفة في الحالة النهائية للنظام. ويضيف ملاحظا: «يترتب على هذا أن مبادئ قانون الطبيعة لا يمكن أن تُصاغ إلا بقدر استمرار حالة الاستقرار: وهو الأمر الذي قد يسفر إذن عن حد أي مسلمة خاصة بالحتمية الفيزيائية الكونية كتلك المنسوبة إلى لابلاس Laplace». (أنا الذي وضعت سطراً تحت هذه الجملة. في ما يتعلق بلابلاس، أنظر الفصل ٧).

ويضيف ماكسويل أخيراً بأن الشرط الذي ذكره محقق بالنسبة إلى العديد من الظواهر، بيد أن ثمة حالات يمكن لتغير طفيف في الظروف الابتدائية أن يحدث تغييراً كبيراً جداً في الحالة النهائية للنظام.

وكان ماكسويل قد أكد في مؤتمر انعقد في عام ١٨٧٦ أنه:«من الواضح أن وجود ظروف غير مستقرة يجعل التنبؤ بالأحداث المستقبلية مستحيلاً حين لا تكون معرفتنا بالحالة الراهنة سوى تقريبية وغير دقيقة.» تجدر الإشارة إلى أن هذا الشرط الأخير يتحقق دائماً: فالقياسات الفيزيائية لا يشوبها فقط عدم اليقين الذي قد نستطيع تقليله لكننا لن نتمكن من إلغائه أبداً، بل إن تعريفات المقادير الفيزيائية نفسها تتسم دوماً ببعض الغموض: فالمسافة بين الأرض والقمر، في لحظة ما، غير محددة بالنانومتر. (يعادل النانومتر واحد على مليار من المتر).

كان وجود ظواهر عدم الاستقرار التي لفت النظر إليها ماكسويل معروفة في نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين لدى علماء الرياضيات والفيزياء؛ إلا أنها كانت شائبة لا بد من إقصائها لتناول «مسائل مطروحة بشكل جيد». فقد كان عالم الرياضيات جاك أدامار Jacques Hadamard على سبيل المثال يكتب: «إن كانت هذه الأخطاء بالغة الصغر كافية لتغيير سير الظاهرة محل الدراسة كلياً، فالأمر يكون كما لو كانت معطيات الحدود غير متوافرة أبداً؛ بل الأفضل من ذلك، أن

الظاهرة كانت ستبدو حينئذ وكأنها مسيَّرة بفعل الصدفة بدلاً من قوانين دقيقة.» وكان الفيزيائي والفيلسوف بيير دوهيم Pierre Duhem يُبدي الرأي ذاته.

بوانكاريه Poincaré

طرح أحد أبرز علماء الرياضيات من ذوي المكانة في نهاية القرن التاسع عشر، فيرشتراس Weierstrass السؤال التالي: إن كان هناك عدد n من النقاط المادية تتجاذب بموجب قانون نيوتن، فهل يمكننا تمثيل إحداثيات هذه النقاط (وهي دوال زمنية) بواسطة متسلسلات متقاربة؟ (وقد صاحب هذا السؤال تقديم جائزة بمناسبة الاحتفال بالذكرى الستين لميلاد ملك السويد). وكان فيرشتراس يعتقد أن الإجابة الصحيحة هي نعم. إلا أن الجائزة كانت من نصيب بوانكاريه: فعلى الرغم من أن إجابته عن هذا السؤال لم تكن تامة، فقد حقق في الواقع تقدماً حاسماً. فقد بدل بوانكاريه في الواقع كلياً كيفية طرح مشكلة علم التحريك. ففي السابق لم يكن يُطرح غير سؤال واحد مستلهم بشكل مباشر من المسائل الفلكية: كيف نحسب بأدق ما يمكن حركة النقاط المادية- التي هي في تفاعل تثاقلي- الموافقة للظروف الابتدائية ؟ أما بوانكاريه، فلن يهتم بهذه الحركة أو تلك على وجه الخصوص، وإنما على مجموع أوجه الحركات الممكنة- أي الجريان في فضاء الطور كما نقول اليوم. (في وسط مائع في حالة حركة مستقرة، ثمة سرعة تدفق عند كل نقطة، كما أنّه يوجد في كل نقطة في فضاء الطور متَّجِه حقل ديناميكي). بل إنه سيطرح أسئلة هندسية (أو بالأحرى طوبولوجية) مثل: هل توجد منحنيات مغلقة في مسارات الطور التي تصف جميع الحركات الممكنة؟ تكمن أهمية هذا السؤال فيما يلي: حين تكمل نقطة الطور دورة كاملة على المنحنى المغلق، فهي تعود إلى النقطة الابتدائية نفسها، ومن ثم تعاود الحركة ذاتها؛

بمعنى آخر، يصف المسار المغلق حركة دورية. المسارات المغلقة ذات أهمية بالغة حين نتساءل بشأن استقرار نظام معقد، مثل النظام الشمسي الذي سنقف عنده لاحقاً: فهل تدور الكواكب أبداً حول الشمس، أم إن أحدها معرض لخطر الانجراف إلى اللانهاية؟ وهل يمكن أن يصطدم كوكبان؟ هذان الاحتمالان «الكارثيان» مستثنيان طبعاً من المسار الدوري: فالكارثة لا تقع سوى مرة واحدة.

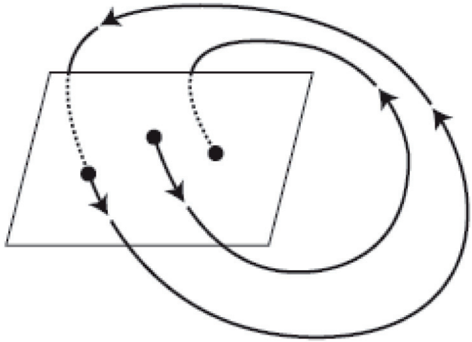
ولكن هل مسارات الطور المجاورة لمسار دوري معين مستقرة؟ بمعنى: إذا كانت نقطتا طور في لحظة معينة على اثنين من هذه المسارات، شديدتي التجاور، فهل تبقيان كذلك أثناء بقية الحركة؟ تظهر هنا مجدداً مسألة استقرار الحركة التي طرحها ماكسويل سابقاً بشكل عام.

بدأ بوانكاريه بارتكاب خطأ كان سيقوده إلى استنتاج أن المسارات المعنية تتسم بالاستقرار. وما إن تنبه أحد زملائه إلى هذا الخطأ، عاود بوانكاريه العمل ليصل إلى نتيجة مفاجئة: ثمة مسارات غير مستقرة. وفيما يتعلق بهذه المسارات، لا يبقى الفارق الضئيل في الظروف الابتدائية ضئيلاً: بل إنه يتنامى بشكل أسي مع الزمن. وهذا يعني أنه بعد مرور مدة زمنية محددة، وبصرف النظر عن القيمة الابتدائية، تصبح المسافة بين مساري الطور مضروبة في ٢، ومن ثم، بعد انقضاء مدة زمنية أخرى مماثلة، تصبح المسافة مضروبة في ٤، ثم في ٨، وهلم جرا. ولا يختص العدد ٢ بدور مميز في هذا التعريف الخاص بالنمو الأسي: إذ إن بوسعنا بالمثل أن نقول إن المسافة ضربت في ١٠ بعد مرور مدة زمنية ما، إلخ... وحرصاً على تسهيل العملية الرياضية، يفضل وصف سرعة النمو الأسي بواسطة المدة الزمنية اللازمة لكي تضرب المسافة بعدد ما نسميه e يعادل تقريباً ٢,٧؛ وهذا من التفاصيل التي لن تهمنا كثيراً فيما يأتي. ويسمى الزمن اللازم لضرب المسافة بين مساري طور غير مستقرين بـ ٢,٧ زمنَ ليابونوف Liapounov. هذا الزمن هو نفسه تقريباً (على الأقل من حيث رتبة المقدار) لجميع مسارات الحالات غير المستقرة لنظام ديناميكي

ما. يمكن أن ننتبه إلى أن رتبة مقدار زمن ليابونوف هي خاصية أساسية لنظام ديناميكي ذي مسارات غير مستقرة.

انطوت مذكرة بوانكاريه الموسعة (١٨٩٠) بخصوص المسألة ذات الأجسام الثلاثة على الأفكار الخاصة بعدم استقرار بعض مسارات الطور، وما تتسم به أشكالها من تعقيد بالغ: العدد n من النقاط المادية التي تتبادل التفاعل التثاقلي، والتي ذكرناها أعلاه، يساوي ٣. وقد أظهرت هذه الأفكار بصفة خاصة أن صعوبة الحسابات الفلكية لا تُعزى إلى انتهاج طريقة غير موفقة، بل تعود إلى طبيعة الأمور: لحظة تجاوز العدد n القيمة ٢، تضمحل تماماً تلك البساطة الخادعة -على الرغم من جاذبيتها- التي تتحلى بها الحركة الكبلرية، لتحل محلها حالة تعقيد جوهرية لا يمكن التخلص منها بأي وسيلة.

لم يكن بحوزة بوانكاريه حواسيب لاكتشاف مدى هذا التعقيد العجيب؛ إنما كان يتمتع ببصيرة الرياضي النافذة، وبخاصة روح الإبداع الهندسي، بالإضافة إلى حدسه الفضائي. ومن الطرائق التي ابتكرها بوانكاريه لدراسة المسارات الدورية، وتلك المجاورة لها، طريقة تتمثل في إكمال الشكل الذي ترسمه هذه المسارات بواسطة مستوٍ عرضي، والاهتمام فقط بنقاط تقاطع المسارات مع المستوي (الشكل ٥). فإن كانت الحركة دورية، كان المسار مغلقاً، ومن ثم تقطع نقطة الطور مستوي المقطع (والذي نسميه مستوي بوانكاريه) عند النقطة نفسها دوماً. بيد أن معظم المسارات ليست دورية، لذا يمكن أن توجد نقطة الطور من حيث المبدأ في أي مكان في منطقة مستوي بوانكاريه المتاحة بموجب قانون انحفاظ الطاقة. وكما سيتضح لنا لاحقاً، يسمح أسلوب تحرك هذه النقطة على المستوي بتمييز المسارات المستقرة عن غير المستقرة.



الشكل ٥- مستوى بوانكاريه

مسارات مسألة الأجسام الثلاثة

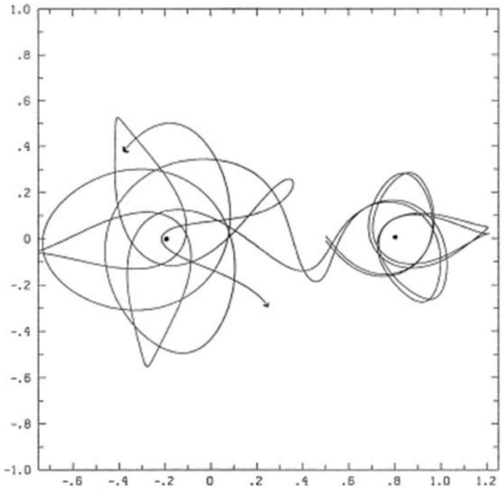
بيّن اضطراب بعض مسارات مسألة الثلاثة أجسام الذي اكتشفه بوانكاريه، أن الانتقال من جسمين إلى ثلاثة أجسام يكشف عن مشهد جديد لم يخطر وجوده ببال أتباع نيوتن. لكن سمة الاضطراب ليست هي الوحيدة التي تميز هذا المشهد؛ فثمة سمة أخرى أيضاً تُعرف بالعشوائية. ويعني مصطلح عشوائي: ما هو مرتبط بالصدفة. ذلك أن جزءاً من مسارات الطور في مسألة الأجسام الثلاثة عشوائي، وهذا يعني أن لهذه المسارات خواصاً تتسم بها عادة الظواهر العشوائية، وهذا على الرغم من كون هذه المسارات حلولاً لمعادلات علم التحريك التي لا يوجد فيها أي عنصر عرَضي؛ إذ نعلم أن المعطى الدقيق للظروف الابتدائية يحدد مسار الطور كاملاً. فكيف يكون للصدفة دور هنا إذن؟

من أجل فهم ذلك، سنقوم أولاً بوصف مدى تعقيد مسارات مسألة الأجسام الثلاثة، و نقوم من ثم بتوضيح مفهوم عشوائية مسار ما.

ومن أجل إلقاء الضوء على فكرة عدم استقرار و مدى تعقيد مسارات

مسـألة الأجسام الثلاثة، سـنقوم باستعارة شـكل من كتاب إدوارد لورنز Edward Lorenz «كنـه الفوضـى» The essence of Chaos (وهو مؤلِف سـنتطرق إليه لاحقاً). وهي صورة مبسـطة جداً لمسألة الأجسام الثلاثة؛ وإن كانت هذا التبسـيط لا يخفي تعقيد هذه المسألة كما سنرى. لنفترض في البداية أن لأحد هذه الأجسام الثلاثة كتلة قابلة للإهمال إذا ما قورنت بكتل الجسمين الآخرين: قد تكون على سبيل المثال ذرة غبار كوني تتحرك بجوار الكرة الأرضـية والقمر. إنّ مسـار هذا الجسـيم الصغير هو الذي يهمنا. فهو لا يُحدث سـوى أثر ضئيل على الجسمين الآخرين اللذين يدور أحدهما حول الآخر، متجاهلين هذا الجسـيم الصغير. يرسم إذن هذان الجسـمان مسـارات إهليلجيـة، لكننا سـنفترض بهدف التبسـيط أنهما يرسمان دوائر؛ لدينا إذن حركة دوران ثابتة السرعة، ويمكن وصف حركة الجسـيم الصغير بواسـطة نظام إحداثيات يدور مع الجسمين الكبيرين؛ يكـون الجسـمان الكبـيران في هذا النظـام ثابتـين. ونفترض أخـيراً أن الحركة مسـتوية: يكفي لتحقيق ذلك أن تكون السرعة الابتدائية للجسيم الصغير ضمن مستوي الشكل الذي تكوّنه الأجسام الثلاثة. لا يبقى عندئذ سـوى درجتي حرية، أي أربعة أبعاد لفضـاء الطور؛ إلا أننا إن نظرنا إلى مسار الفضـاء العادي (ويُسمى فيما يلي «مسار فضائي») بدلاً من فضاء الطور، نرى أن كل ما يحصـل يتم ضمن مستو، ويمكن رسم الأشكال التي يسهل تمثيلها.

تمثل النقطتان، في الشكل ٦، الواقعتان على محور الإحداثيات الأفقي (محور غير ظاهر) ذات الإحداثيات التالية: ٠,٢ على اليسار (أو من الأفضل -٠,٢) و ٠,٨ على اليمين، الجسمين الضخمين، علماً بأن كتلة الجسم الذي على اليسار أكبر من كتلة الجسم الذي على اليمين بأربع مرات.

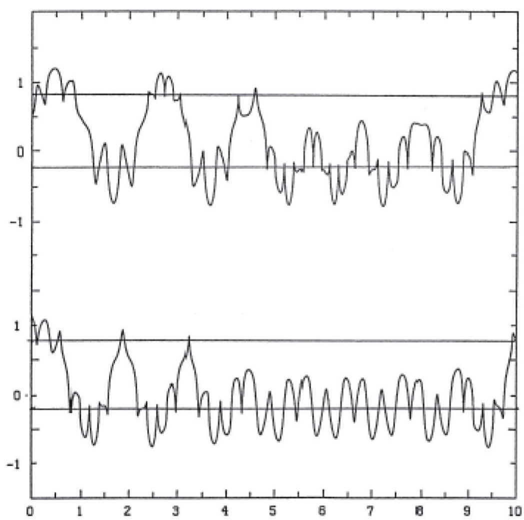


الشكل ٦- مساران فضائيان للمسألة ذات الثلاثة أجسام. (نُسخ من كتاب Essence of Chaos، **إي. لورنز** 1993، E. Lorenz. **بترخيص من يونيفرسيتي أوف واشنطن** بريس University of Washington Press.)

(على غرار نجم مزدوج مثلاً). يمثل المنحنيان مسارات الجسيم الصغير بظروف ابتدائية متباينة رغم تجاورها. وحرصاً على الوضوح سنسمي الجسيم الصغير «الكوكب»؛ ولا ينبغي أن يغيب عنا قط أن كتلته ضئيلة جداً.

يظهر الشكل ٦ أن المسارين الفضائيين الممثلين غير مستقرين. نلاحظ أن هذه المسارات مجاورة لبعضها البعض أثناء دوران الكوكب ٣ مرات حول النجم الأيمن؛ ثُم يتجه الكوكب نحو النجم الأيسر، وهنا ينفصل المساران بشكل نهائي؛ تتباعد نقاط الطور بشكل متنام، وتكون مسارات الطور غير مستقرة أيضاً. كما أن المسارات بالغة التعقيد؛ وسنسعى

لتحديد معنى القول إنها مسارات عشوائية. لذا نتساءل ما إذا كان الكوكب يدور حول النجم الأيمن أو النجم الأيسر. ميل الكوكب إلى النجم الأيسر (ذي الكتلة الأكبر) واضح. إلا أنه ليس بوسعنا إضافة المزيد. ففي الشكل ٧ (المستعار كذلك من كتاب لورنز) قمنا بتمثيل إحداثي الكوكب الأفقي بدلالة الزمن لأحد المسارات الممثلة في الشكل ٦. يمثل المنحنى الأعلى ما يجري بين اللحظتين اللتين نسميهما اعتباطاً ٠ و١٠ أعوام، أما المنحنى الأسفل فيمتد من ١٠ إلى ٢٠ عاماً. يمكن من هذا الشكل البدء بتلمّس معنى العشوائية: فخلال مدة معينة (من ١٤ إلى ١٩ عاماً مثلاً)، قد نظن أن الحركة منتظمة إلى حد ما، وأن الكوكب مُخلَص للنجم الأيسر؛ إلا أنه يبدأ فجأة (هنا عند ١٩ عاماً ونصف) بالدوران حول النجم الأيمن.



الشكل ٧- الإحداثي الأفقي للكوكب بدلالة الزمن .(نُسخ من كتاب Essence of Chaos**، إي. لورنز** 1993، E. Lorenz. **بترخيص من يونيفرسيتي أوف واشنطن بريس** University of Washington Press.)

تجدر الإشارة أخيراً إلى أن الطابع العشوائي غير شائع في كل مسارات الطور، فهو يتوقف على الظروف الابتدائية. نجد حركات منتظمة من أجل ظروف ابتدائية أخرى. فإن كان الكوكب عند اللحظة الابتدائية قريباً بشكل كافٍ من أحد النجمين، بسرعة ليست بالفائقة، فسيدور حول هذا النجم. (هذا النوع من المسارات شبيه بالمسار الذي نصادفه في مسألة الأجسام الثلاثة التي نحن أكثر دراية بها: ألا وهي مسألة الشمس والأرض والقمر). أما إذا كان الكوكب عند اللحظة الابتدائية بعيداً بالقدر الكافي عن النجمين ومتحركاً بسرعة مفرطة، فسيدور حول جملة هذين النجمين وكأنهما يشكلان جسماً واحداً تقريباً.

صادفنا إذن، في مسألة بالغة التحديد (مسألة الأجسام الثلاثة بكل الفرضيات التبسيطية التي ذكرنا)، حقائق وُجد أنها ذات سياق أعمّ. أي إنه يمكن أن تنطوي الأنظمة الديناميكية، التي لا تتسم بطابع البساطة الشاذ الخاص بمسألة الجسمين، على مسارات منتظمة ومسارات عشوائية في آن واحد. علينا الآن تحديد ما ينطوي عليه الطابع العشوائي.

العشوائية

السمة العشوائية لبعض مسارات الطور في الأنظمة الديناميكية سمة قرينة بعدم الاستقرار؛ إلا أنه لا ينبغي الخلط بينهما. ففي حين يتعلق تعريف عدم الاستقرار بمسارين اثنين على الأقل، فقد تخصّ السمة العشوائية مساراً واحداً فقط. وما إن أدركنا كيف يحد عدم الاستقرار من احتمالات التنبؤ حتى بات لزاماً علينا المضي إلى ما هو أبعد من ذلك: دون الاستناد إلى الارتياب أو غير التحديد، سنضطر إلى اعتبار إمكان وجود الصدفة في بنية المسار الوحيد. يبدو هذا الجانب من علم التحريك الجديد تناقضياً، إذ يمثل قطيعة جذرية مع مجمل الفكر التقليدي في

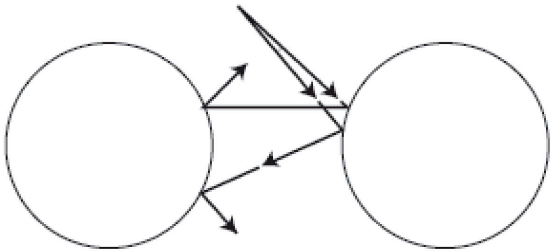
علم الفيزياء، بشكل يجعله محصوراً بشكل كبير ـ في الأعمال البالغة التخصص. وهو سبب آخر لسبر تفاصيله.

أولاً، ما المقصود تحديداً من الطابع العشوائي للحركة؟ فهل تحاكي هذه الحركة الصدفة بسبب تعقيدها، أم إن الأمر ينطوي على تصادف حقيقي، شبيه بطبيعة ما وجدناه في الظواهر التي نتفق على اعتبارها حقاً من محض الصدفة- كلعبة قلب العملة المعدنية؟

للإجابة عن هذا السؤال، أقتبس من مقال بالغ الوضوح لياكوف سيناي Yakov Sinaï نشر باللغة الروسية عام ١٩٨١، ونشرت ترجمته في الكتاب الجامع الفوضى والحتمية Chaos et déterminisme المذكور في نهاية هذا الكتاب ضمن المراجع. ويتعلق الأمر هنا أيضاً بالنظرية الحركية للغازات (أنظر الفصل ٢). إن اصطدام جزيئين عملية معقدة، إلا أننا نحصل منها على العديد من النتائج المثيرة للاهتمام حين نقوم بتبسيطها إلى أقصى الدرجات وننظر إلى الجزيئات على أنها كرات البلياردو الصغيرة. للمزيد من التبسيط، نفترض أن جميع الكرات ثابتة إلا كرة واحدة، وأن الجزيء نُقطيّ. لنتفق أيضاً على اعتبار مسألة ذات بعدين (في حين يكون للغاز الحقيقي بالطبع ٣ أبعاد)، ولنضع الجزيئات الثابتة، التي يفترض أنها مستديرة، على رؤوس شبكة منتظمة: فنحصل على النموذج الرياضي المسمى «غاز لورنتز»، نسبة إلى العالم الفيزيائي الكبير (نهاية القرن التاسع عشر، بداية القرن العشرين) الذي ينبغي تمييزه عن العالم المعاصر إدوارد لورنز (الذي نعود إليه لاحقاً). يمكن استخدام هذه النماذج، المنبثقة من سيناريوهات واقعية تخضع لسلسلة من التبسيطات الجذرية، بقدر ما يبقى في هذه النماذج من بعض تعقيد المسألة الأوّليّ، بينما تعيننا بساطتها النسبية على حساب عدد من خواصها بشكل دقيق.

إنّ أبسط خواصّ غاز لورنتز عدمُ استقرار المسارات.

يبين الشكل ٨ مسارين فضائيين منبثقين من نقطة واحدة، حيث



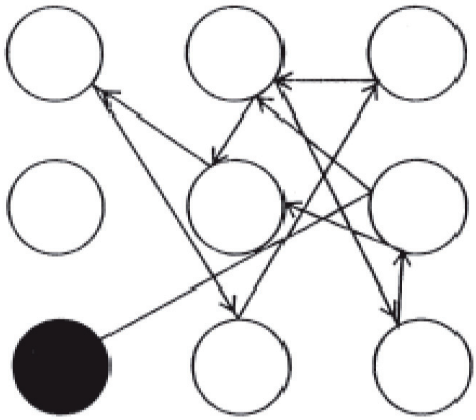
الشكل ٨- عدم استقرار المسارات الفضائية في غاز لورنتز (من مقال سيناي Sinaï **في الفوضى والحتمية** Chaos et déterminisme **بإشراف أ. داهان - دلميديكو** A. Dahan-Dalmedico، **جي-إل. شابير** J.-L. Chabert، **ك. شيميلا** K. Chemla، **دار نشر سوي،** Seuil «**محاور علوم**» 1992، Points Sciences.)

نلاحظ أنه حتى في حال انفصال بعضهما عن بعض بزاوية صغيرة جداً في البدء، فإنّ هذه الزاوية تتنامى عند كل تصادم (يمكن القول إنها تتضاعف في كلّ مرة) بحيث سيتباعد المساران بشكل سريع جداً ونهائي. كذلك سيكون حال مسارات الطور.

لنقف الآن عند غاز لورنتز (الشكل ٩) ولنسلط اهتمامنا على مسار محدد. لمناقشة الطابع العشوائي، من المفيد أن نطرح عند كل تصادم سؤالاً لا يحتمل سوى إجابتين (وهو ما سبق أن قمنا به بشأن مسألة الأجسام الثلاثة). والسؤال الذي نطرحه هنا: هل ينعكس الجزيء المتحرك على النصف الأيمن أم النصف الأيسر من الدائرة؟ لكل مسار إذن متتالية من الإجابات؛ ومن المواتي هنا ترميز الإجابات بـ١ (للنصف الأيسر) و٠ (للنصف الأيمن). نحصل بذلك لكل مسار على متتالية مكونة من أصفار وآحاد. ففي حال الشكل ٩، تبدأ المتتالية بـ:

1، 0، 1، 0، 0، 1، 0، 1، 1، 0...

نستطيع الآن تكوين صورة أكثر وضوحاً لسمة العشوائية التي يتسم بها



الشكل ٩- المسار الفضائي للجزيء المتحرك في غاز لورنتز (من مقال سيناي Sinaï **في الفوضى والحتمية** Chaos et déterminisme **بإشراف أ. داهان - دلميديكو** A. Dahan-Dalmedico**، جي-إل. شابير** J.-L. Chabert**، ك. شيميلا** K. Chemla**، دار نشر سوي،** Seuil، «**محاور علوم**» Points Sciences، 1992.)

المسار، فإن كانت هذه السمة حقيقية فعلاً، فإن المتتالية المطابقة للمسار في حد ذاتها عشوائية، وينبغي أن تتصف بالخواص الإحصائية نفسها لمتتالية يمكن الحصول عليها بلعبة تقليب العملة المعدنية، وكتابة صفر(٠) على أحد وجهي العملة و١ للآخر. بيد أن سيناي يوضح أنه حين يكون لدينا متتالية «وجها العملة»، يوجد مسار لغاز لورنتز متطابق معها تماماً، بمعنى أنه يعطي المتتالية نفسها المكونة من أصفار وآحاد. وهكذا يكتسب بهذا مفهوم العشوائية الدقة الخاصة بالرياضيات.

وبصفة عامة، سنحت دراسة الأنظمة الديناميكية (وهو مصطلح يدل على كيانات رياضية) إيجاد علاقة تطابق رأينا للتو مثالاً بسيطاً عليها، ما بين المسارات العشوائية للأنظمة الديناميكية والسيرورات

العشوائية البحتة التي تصفها نظرية الاحتمالات. كما تَبيّن أن التحلي بمسارات عشوائية هو خاصية بالغة العموم للأنظمة الديناميكية. إلا أن هذه المسارات تقتصر فقط على الأنظمة ذات درجة حرية واحدة، ذات فضاء طور ببعدين فقط: فإنّ بعدين فقط لا يكفيان لاحتواء هذا التشابك وهذا التعقيد الهندسي! كما أن المسارات العشوائية غير موجودة في مسألة الجسمين في الميكانيكا السماوية: فلا يوجد في هذه المسألة سوى الإهليلجات التي نعرفها، فضلاً عن القطاعات المكافئة والزائدة، تلك المنحنيات الماضية إلى ما لا نهاية، لكنها منتظمة تماماً مثل الإهليلجات. ندرك بذلك سبب غياب المسارات العشوائية كل هذا الزمن عن ملاحظة علماء الرياضيات والفيزياء والفلك: فالكل كان منبهراً إلى حد ما بأناقة الأنظمة الديناميكية الأكثر بساطة، وكانت الميكانيكا السماوية تبحث بانتظام عن حلول المعادلات، متخذة من هذه الأنظمة نقطة للانطلاق (طريقة الاضطرابات).

الحساب التقريبي للحركة

إلا أن هناك سبباً آخر وراء جهلنا بالمسارات العشوائية. فقبل الحواسيب، كان اكتشافها صعباً، إن لم يكن مستحيلاً. إن الحسابات بطريقة الاضطرابات تحليلية، بمعنى أنها تمثل جزءاً على الأقل من المقادير الفيزيائية بحروف لا نوليها قيمة عددية إلا في نهاية المطاف. إلا أن هذا النوع من الحساب ينطوي على طرح ضمني لقابلية التكامل: فهو يسفر بطبيعته عن حلول منتظمة.

ومن حيث المبدأ، يمكن أن نتبع طريقة أخرى: وهي القيام بحسابات عددية بحتة. فالمبدأ بسيط: فقد صغنا علم التحريك النيوتني من خلال تعريف تحرك نقطة الطور خلال مدة لا متناهية الصغر. فلنبدل هذه المدة الزمنية بمدة زمنية صغيرة (والمقصود بهذا المصطلح: صغيرة

بالقدر الكافي قياساً بالمدد الزمنية التي تتسم بها الحركة محل الدراسة، أي دورها على سبيل المثال إن كانت الحركة دورية). نسمي هذه المدة الزمنية الصغيرة «p» وهي تحدد خطوة pas الحساب التقريبي. ولمتّجِه النظام الديناميكي قيمة محددة في نقطة الطور الابتدائي؛ ومن أجل خطوة صغيرة بما يكفي، يعطي هذا المتجه تقريباً انتقال نقطة الطور أثناء المدة الزمنية الصغيرة p. ننطلق من نقطة الطور الجديدة بمساعدة متجه النظام الديناميكي لهذه النقطة، ولمدة زمنية جديدة مدتها p، وهكذا، شيئاً فشيئاً. ويحل خط متقطع محل مسار الطور؛ وإذا كانت الخطوة صغيرة بما يكفي، فإننا نحصل على مقاربة جيدة.

مبدئياً يمكن إجراء مثل هذا الحساب «يدوياً»، دون اللجوء إلى حساب إلكتروني. إلا أن هذا يستغرق وقتاً أطول في الحساب على الصعيد العملي. بالإضافة إلى ذلك، كان يُعتقد خلال العصر الكلاسيكي أنه يمكن الحصول على جميع مسارات الطور بالحساب التحليلي؛ ولم يكن إذن ما يبرر الانهماك في حسابات عددية بحتة. لكن الوضع تغير بوجود الحواسيب، حيث أصبحت الحسابات العددية أكثر سهولة. فهي مستخدمة بشكل خاص لحساب حركة الأقمار الصناعية والمسابير المطلقة في الفضاء لدراسة المريخ أو المشتري على سبيل المثال. كما أتاحت لنا الحواسيب في الدراسات التي تتناول أموراً نظرية أكثر تمثيلاً هندسياً بسيطاً لتوزيع المسارات المنتظمة والمسارات العشوائية.

المسارات المنتظمة والمسارات العشوائية

عندما نريد إظهار توزيع مسارات الطور لنظام ديناميكي بين المسارات العشوائية وتلك المنتظمة، نبحث عن نظام بسيط بقدر الإمكان، وبخاصة نظام يتسم بأقل عدد ممكن من درجات الحرية. فمسألة الثلاثة أجسام إذن شديدة التعقيد، ولذا نختار عادة مسألة أخرى من علم الفلك

الديناميكي، وهي مسـألة حركة نجم في مجرة. نقوم بتبسـيطات متنوعة من أجل الوصـول إلى نموذج يعود إلى الفلكيين ميشيل إينون - Michel H non وكارل هيلز Carl Heiles. لن نقوم بوصـفه بشـكل تفصـيلي لأنه لا يهمنـا هنا إلا كمثـال. لنموذج إينون-هيلز درجتا حرية، وفيما يلي سـمته اللافتة للنظر بشـكل خاص بالنسـبة إلينا (وهي سمة كثيراً ما نجدها في الأنظمـة الديناميكية): حين تكون الطاقة ضـعيفة، تكون الحركة منتظمة إلى حد ما؛ وكلما ازدادت الطاقة ازدادت الحركات العشوائية أكثر فأكثر. وهذا يعني بصـفة أدق أن نسـبة المسارات العشـوائية بالغةُ التدني عندما تكون الطاقة متدنية، وتتزايد وتتصل إلى ١٠٠٪ بتزايد الطاقة.

كان إنون وهيلز يقومان بحل معادلات الحركة بشكل تقريبي، عن طريق الحساب العددي على الحاسوب؛ ومن أجل إظهار النتائج كانا يلجآن إلى طريقة مستوي بوانكاريه التي أشرنا إليها أعلاه: إذ نهتم بالنقاط التي يقطع فيها كل مسار من مسارات الطور مستوياً محدداً بشكل ملائم؛ وهذه هي النقاط التي يمثلها الحاسب على شاشته التي سنظهرها في الأشكال التالية.

أمامنا حالتان. يتطابق المسار المنتظم مع حركة شبه دورية. فهو يبقى منحصراً في طارة لا متغايرة ذات بعدين كتلك المبينة في الشكل ٤ (الفصل ٢). يقطع مستوي بوانكاريه هذه الطارة حسب منحنى مغلق (دائرة، إهليلج أو بيضة)، فترسم نقاط تقاطع المسار المنتظم بمقطع بوانكاريه منحنى من هذا النوع. أما المسار العشوائي، فيكون من النوع الأرغوديكي»: فهو يتحرك في مسارات متنوعة من ثلاثة أبعاد يعرف بسطح الطاقة. الجدير بالذكر أن أثر سطح الطاقة على مستوي بوانكاريه ليس منحنى، بل جزءاً من مستوٍ (الجزء الداخلي من منحنى مغلق). من هنا فإن النقاط التي يقطع فيها المسار العشوائي مستوي بوانكاريه ليست منحصرة في منحنى، إنما هي موزعة على حيّز كامل من هذا المستوي.

لننظر الآن إلى ما سيحدث: إذا رَسمَت نقاط تقاطع مسار الطور

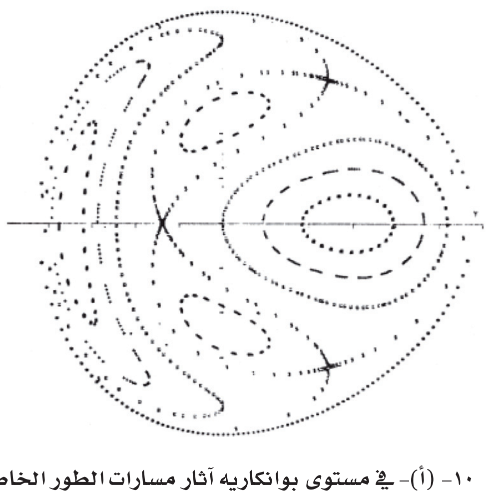
مع مستوي بوانكاريه المتتالية منحنى ما، فهي إشارة إلى أن هذا المسار منتظم؛ أما إذا مالت هذه النقاط إلى ملء حيّز معين في مستوٍ، فهي إشارة إلى أن المسار عشوائي.

يبين كل من الشكل ١٠ (أ) (ب) و (ج) آثار مسارات الطور الخاصة بنموذج إينون-هيلز التي تم حسابها بواسطة الحاسوب، من أجل ثلاث قيم للطاقة حسب هذا الترتيب المتزايد:

١/١٢، ١/٨ و ١/٦. (بما أننا نتناول هنا نموذجاً، فإن الطاقة لا تقاس بوحدات فيزيائية بل بأعداد بحتة). لندرس الآن هذه الحالات الثلاث على التوالي.

في (أ)، تساوي الطاقة ١/١٢. كل النقاط ترسم منحنيات، وهذا ما يجعلنا نميل إلى استنتاج أن المسارات كلها منتظمة.

(ثمة مسارات عشوائية في الواقع إلا أنها نادرة بحيث لا يظهرها

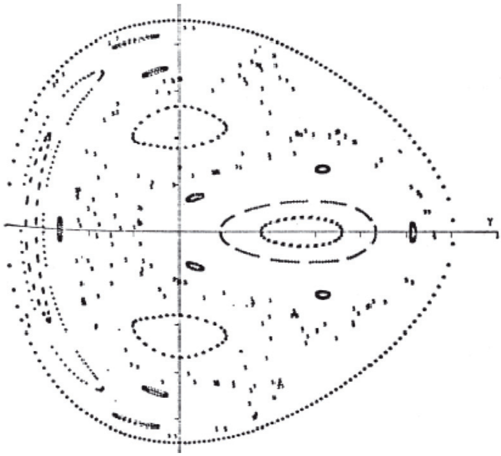


الشكل ١٠- (أ)- في مستوى بوانكاريه آثار مسارات الطور الخاصة بنموذج إينون-هيلز؛ حيث الطاقة تساوي ١/١٢ (من مقال ل إف. جيه. غوستافسون، أسترونوميكل جورنل، ١٩٩٦.)

النموذج المستخدم هنا). ونلاحظ هنا أن أحد المسارات يبدو استثنائياً: إذ يبدو أنه يحمل ثلاث نقاط تفرّع. فهل هذا استثناء للقاعدة المعلنة سابقاً بأن المسار لا يقطع نفسه ولا يتفرع؟ الأمر ليس كذلك. ففي الواقع، هذه النقاط الثلاث التي يبدو فيها المسار الاستثنائي وكأنه يتقاطع مع نفسه، لا تنتمي في الواقع إلى المسار، إذ إنها نقاط حدّيّة، أي إنه يتم بلوغها في زمن لامتناه. (لذلك يشتد سواد الشكل بالقرب من هذه النقاط: مسارات الطور تمر بجوارها مرات عديدة). يسمى مثل هذا المسار مساراً فاصلاً trajectoire séparatrice لأنه يفصل منطقتي مستوى طور تنطويان على مسارات من نوعين مختلفين. إن تعريف المسار الفاصل نفسَه يَنُمّ عن عدم الاستقرار لأن إزاحة النقطة التي تمثل الظروف الابتدائية بقدر ما ولو كان ضئيلاً يحدث تغييراً كبيراً في مسار الطور، ما دامت هذه الإزاحة تنقل نقطة الطور هذه من طرف من المسار الفاصل إلى الآخر.

في الشكل (ب)، تكون الطاقة بقيمة ١/٨؛ وتبقى ثمة منحنيات، إلا أن هناك أيضاً نقاطاً كثيرة موزعة على ما يبدو بمحض الصدفة. توجد هذه النقاط في منطقة عشوائية تملأ القسط الأعظم من هذه المنطقة؛ وبالمقارنة مع الشكل (أ) نلاحظ اختفاء المسار الفاصل، وأن المنطقة العشوائية ترسم المسار (بشكل أكثر سُمكاً) المسار الفاصل، كما ترسم آثار المسارات المنتظمة منحنيات متداخلة. وتسمى المناطق المنطوية على منحنيات متداخلة بجزر الاستقرار؛ إذ نستطيع فعلاً أن نتخيل هذه المنحنيات المغلقة وكأنها منحنيات الكفاف الخاصة بجزر جبلية ناتئة من المنطقة العشوائية التي يمكن تمثيلها بالبحر الذي تهيج به الأمواج. وفضلاً عن الجزيرتين الكبيرتين المتناظرتين قياساً بالمحور الأفقي، وثنائي الجزيرتين المتناظرتين، نلاحظ وجود جزر أصغر حجماً.

في الشكل (ج)، تساوي الطاقة ١/٦. جزر الاستقرار اضمحلت تقريباً، ولم يبق منها سوى جزر بالغة الصغر تحتل عموماً مركز جزر الشكل (ب). وبالمجمل، يبدو وكأن مستوى البحر في ارتفاع تدريجي مع



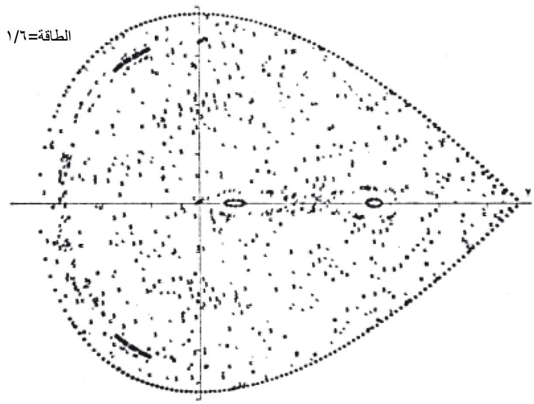
الشكل ١٠ (ب)- في مستوي بوانكاريه آثار مسارات الطور الخاصة بنموذج إينون-هيلز؛ حيث الطاقة تساوي ١/٨ (من مقال ل إف. جيه. غوستافسون، أسترونوميكل جورنل، ١٩٩٦.)

تنامي الطاقة. هنا تكاد الجزر تُغمر، أي إن كل المسارات عشوائية تقريباً.

يلخص الشكل ١١ نتائج الأشكال ١٠ الثلاثة السابقة؛ إذ يبين نسبة السطح المفيد من مستوي بوانكاريه الموافقة للمسارات المنتظمة. فحين تكون قيمة الطاقة أقل من ١/١٠، تملأ المسارات المنتظمة السطح بنسبة ١٠٠٪ (كما هو حال الشكل ١٠ (أ)؛ أما حين تزيد على قيمة ١/٦، فتضمحل تماماً (حال الشكل ١٠(ج))، وتوافق المنطقة الفاصلة منطقة انتقالية (حال الشكل ١٠ (ب)).

نظرية كولموغوروف-أرنولد-موزر

لقد لاحظنا أن الأنظمة القابلة للتكامل هي ذات حركات شبه دورية، أي ذات حركات ناجمة عن تآلف من حركات دورية ذات أدوار غير

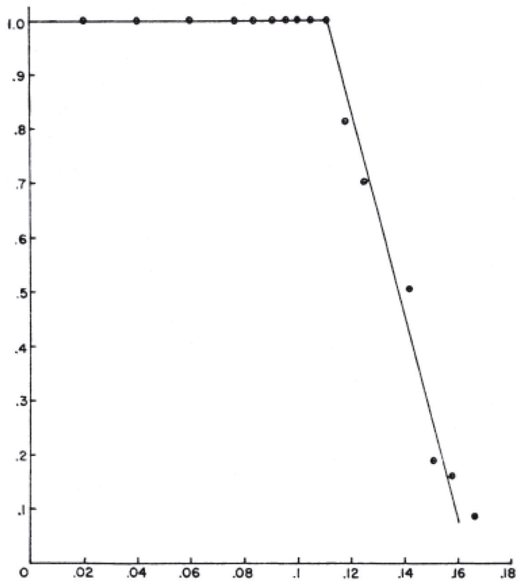


الشكل ١٠(ج)- في مستوي بوانكاريه آثار مسارات الطور الخاصة بنموذج إينون-هيلز؛ حيث الطاقة تساوي ١/٦ (من مقال ل إف. جيه. غوستافسون، أسترونوميكل جورنل، ١٩٩٦.)

متمايزة (أي إن الحركة الإجمالية -بكل بساطة- دورية). وعلى الصعيد الهندسي، تتميز هذه الحركة باحتواء طارة ذات N بعد، وهو عدد درجات حرية هذا النظام. وفي طارة ذات N بعد، يمكن تحديد موقع نقطة ما بواسطة N زاوية. وبهذا تنطوي الحركة على دوران كل من هذه الزوايا التي عددها N بحركة منتظمة.

نشر عالم الرياضيات كولموغوروف في سنة ١٩٥٤ مقالاً حلل فيه خواص الأنظمة الهاميلتونية القريبة من الأنظمة القابلة للتكامل، ثم قام كل من أرنولد (Arnold 1963) وموزر (Moser 1962) بإثبات أفكاره وإكمالها، وصولاً إلى ما يعرف اليوم بنظرية أو مبرهنة كولموغوروف-أرنولد-موزر. وفيما يلي الفكرة الرئيسة لهذه النظرية بشكل بالغ التبسيط.

تكون البداية من نظام قابل للتكامل: إذا كانت له N درجة حرية، كان له N ثابت حركة، وهذا يعني تقييد مسار الطور الخاص به بعدم



الشكل ١١- نسبة المساحة التي تشغلها المسارات المنتظمة (المحور العمودي) بدلالة الطاقة (المحور الأفقي) في نموذج إينون-هيلز؛ (من مقال إف. جيه. غوستافسون، أسترونوميكل جورنل، ١٩٩٦.)

الخروج عن سطح طارة لا متغايرة ذات N بعد. في الحالة البسيطة نسبياً التي يشتمل فيها النظام على درجتي حرية ($N=2$)، يمتلك النظام ثابتي حركة، ثابت الطاقة وثابتاً آخر، ويكون للطارات غير المتغايرة بعدان اثنان.

ندخل بعد ذلك (بالفكر طبعا) اضطراباً في النظام، فيكون النظام المضطرب بذلك أقرب إلى الكيانات المادية الحقيقية. يكمن اكتشاف كولموغوروف الرئيس عندئذ في أنه إذا كان الاضطراب صغيراً بالقدر الكافي، فستبقى معظم الطارات غير المتغايرة، ومن ثم فإن خواص الحركة البسيطة المرتبطة بوجود هذه الطارات ستبقى هي كذلك. بيد

أنه مع ازدياد شدة الاضطراب، «تُدمر» ثوابت الحركة، ومن ثم تضمحل الطارات غير المتغايرة الواحدة تلو الأخرى. فإذا مُثّلت الظروف الابتدائية بنقطة واقعة على إحدى الطارات غير المتغايرة، فسيكون مسار الطور بأسره واقعاً على هذه الطارة، وستكون الحركة منتظمة وشبه دورية. ولكن إذا لم تنتسب إحدى نقاط المسار إلى طارة غير متغايرة، فسيكون مسار الطور بأكمله خارج الطارات؛ ويكون مثل هذا المسار غير منتظم بشدة ومبهم الشكل. هذا المسار متأثر إذن بالظروف الابتدائية وهو عشوائي.

يمكن عرض نظرية كولموغوروف-أرنولد-موزر بشكل أكثر تجلياً كوصف عملية (خيالية) تنطوي على الإتلاف التدريجي للطارات المتغايرة، والتدرج نحو الفوضى. في نظام قابل للتكامل، نعلم أن جميع المسارات منتظمة وشبه دورية، ولا أثر للفوضى. لنقم الآن بإحداث اضطراب ضعيف من باب الفكر: ستختفي حينئذٍ بعض الطارات غير المتغايرة. لكننا إن اخترنا بشكل اعتباطي نقطة في فضاء الطور، فسيبقى احتمال أن تكون هذه النقطة على طارة ما بنسبة ١٠٠٪ تقريباً. لنقم الآن بتعزيز شدة هذا الاضطراب: ستتناقص نسبة هذا الاحتمال وتختفى الطارات الواحدة تلو الأخرى، وتظهر نسبة متنامية من المسارات العشوائية. ثم تأتي لحظة تضمحل فيها آخر الطارات، ويعم الفوضى في كل مكان. لن يبقى عندئذ من ثوابت الحركة سوى الطاقة: يُقال عندئذٍ أن الحركة تتبع أرغوديكية.

تظهر هذه النتائج الرياضية حدودَ التصور الكلاسيكي لعلم التحريك. يبقى هذا التصور صائباً على الأقل حتى درجة ما من التقريب، من أجل اضطراب ضعيف جداً. إلا أنه لحظة اشتداد الاضطراب، يصبح الوضع أكثر تعقيداً: فبعض المسارات يكون منتظماً والبعض الآخر عشوائياً. يُدحض التصور الكلاسيكي، أولاً لأننا لا نكون في حالة النظام القابل للتكامل، ولا حالة النظام الأرغوديكي، وثانياً، بسبب ظهور المسارات العشوائية عند زيادة عدد درجات الحرية على ١، في حين كان الكلاسيكيون يعتقدون أنه لا يمكن للاحتمالات أن تتدخل إلا في الحالات

التي يكون فيها عدد درجات الحرية ضخماً.

بيد أنه تم تبرير وتدقيق وإكمال ما كشفه بوانكاريه، وبخاصة تصوره للتصادف الذي أُكّد بصفة قوية، حيث يمكن أن توجد آثار مصادفة في نظام ذي ثلاثة أجسام في تفاعل تثاقلي، والعدد الكبير ليس ضرورياً.

هكذا قادتنا الرياضيات خلال العقود الأخيرة إلى اكتشاف خواص مثيرة وغير متوقعة تتسم بها الأنظمة الديناميكية؛ بيد أن النتائج التي تم التوصل إليها لا تزال جزئية بشكل يحول دون إعطاء مؤشرات إيجابية بشأن الأجسام المادية المعقدة مثل المجموعة الشمسية. فمبرهنة كولموغوروف -أرنولد-موزر على سبيل المثال لا تنطبق على المجموعة الشمسية. إلا أن هذا لا يمنعنا من طرح أسئلة بخصوص المجموعة الشمسية من وحي مبرهنة كولموغوروف-أرنولد-موزر وما حققته النظرية الخاصة بالأنظمة الديناميكية مؤخّراً من تقدم.

الفصل الرابع

الفوضى في المجموعة الشمسية

كيف يمكن الإجابة عن أسئلة بخصوص الفوضى في المجموعة الشمسية؟ أحياناً، كما سيتبين لنا، تأتي الإجابة بالرصد المباشر؛ إلا أن هذا أمر نادر جداً، لأن ذخيرة الذاكرة البشرية من الأحداث الفلكية لا تعود إلى أبعد من بضعة آلاف سنة في أحسن الحالات. غير أن التصور الكلاسيكي لا يزال صالحاً على مدد زمنية من هذه الرتبة، ونادراً ما يطرأ ما يشبه الفوضى. تتراوح الأبعاد الزمنية المثيرة للاهتمام التي نطرح عندها أسئلة بشأن استقرار المجموعة الشمسية أو عدم استقرارها، وبشأن فوضية حركاتها، بين مليون ومئة مليون عام. لا بد من اللجوء إلى حسابات رياضية باستخدام الحواسيب (وهي الحسابات التي أوضحنا مبدأها في الفصل ٣). هذا هو نوع البحث الذي سنتناوله الآن.

فوضى في المجموعة الشمسية؟

لم تَبق اكتشافات الرياضيين دون تأثير على أعمال الفلكيين، وبخاصة أولئك العاكفين على دراسة المجموعة الشمسية. فقد قوض بوانكاريه أسس التفاؤل الساذج لدى منظري عصر التنوير والقرن التاسع عشر: فالاعتقاد بكون حركات الأجرام السماوية في هذه المجموعة شبه دورية تماماً لم يعد مؤكداً، بل إن النقيض بات مرجحاً جداً. (أن تكون هذه الحركات كذلك تقريباً على مدى مدة زمنية يمكن مقارنتها بحياة البشرية أو العصور التاريخية مسألة متفق عليها، ومن هنا تأتي التقويمات، إلا أن مقياس الزمن الـ«بشري» غير كاف لدراسة كيان كنظام

المجموعة الشمسية، البالغ من القدم مليارات السنين وفق ما نعرفه الآن). فقد حملت منذ حقبة الستينيات الاكتشافات الخاصة بالفوضى من جهة، ونظرية كولموغوروف-أرنولد-موزر من جهة أخرى، خبراء الميكانيكا السماوية والفلكيين على طرح أسئلة أكثر تحديداً. بما أن في فضاء الطور في الأنظمة الهاميلتونية مناطق تسود فيها الحتمية وأخرى عشوائية بشكل عام، فلا بد من التساؤل عما إذا كان نظام المجموعة الشمسية، بصفته كائناً مادياً ممثلا -بشكل بتقريب جيّد جدا- بنظام ديناميكي هاميلتوني، يقع في هذه المنطقة أو تلك. وهذا سؤال عام جداً، يجدر طرحه بخصوص كل نوع من أنواع كيانات المجموعة الشمسية: أي مختلف أصناف الكواكب والأقمار والكويكبات والمذنبات... وسنتناول منها بعض الأمثلة.

الكويكبات

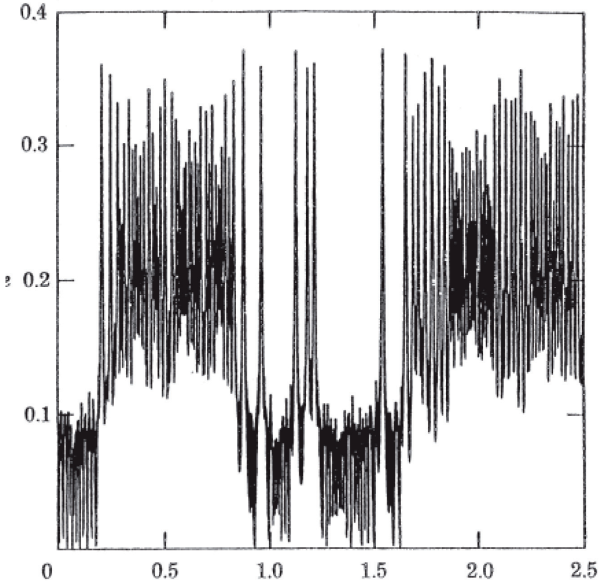
نعلم منذ بداية القرن التاسع عشر أن ثمة حزاماً كاملاً من الكيانات الصغيرة التي نسميها الكويكبات يقع بين المريخ والمشتري. وقد قمنا حتى اليوم باكتشاف وتسمية أكثر من ٥٠٠٠ من هذه الكيانات، وحددنا خواص مداراتها حول الشمس. إلا أن ثمة المزيد منها بلا شك: ربما مليون كويكب، هذا إذا تغاضينا عن تلك التي يقل طول قطرها عن كيلومتر واحد. ولكن الكويكبات المعروفة المدارات هي وحدها التي تهمنا هنا.

لعل الخاصية الهندسية الرئيسة التي تميز القطع الناقص هي نصف محوره الكبير: أي المسافة ما بين مركزه وأبعد نقطة فيه عن هذا الأخير. ولدى إعداد جدول (أو خط بياني) لأنصاف المحاور الكبيرة للمدارات الإهليلجية الخاصة بالكويكبات، نلاحظ أن قيمها ليست موزعة بشكل منتظم: فهناك ثغرات، أي إن بعض القيم الخاصة بنصف محور ما لا تنتمي لأي كويكب، أو لا تكاد تنتمي لأي كويكب. هذه حقيقة تثير الاستغراب لدى مقارنتها بتوزيع الكويكبات في الفضاء: فهي تملأ بشكل

عامّ تقريباً حيزاً حِلقيّا بين المريخ والمشتري كما سبق أن ذكرنا.

يزداد توزيع أَنصاف المحاور الكبيرة وضوحاً لدى تحويله إلى أدوار دوران الكويكبات حول الشمس (ثمة بالفعل علاقة تُعرف بـ «قانون كبلر الثالث»، بين الدور ونصف المحور الكبير لكيان ما يدور حول الشمس). يتضح لنا عندئذٍ أن الثغرات توافق قيماً للأدوار تربطها علاقة بسيطة بدور المشتري (الذي يساوي أقل من ١٢ سنة بقليل). فعلى سبيل المثال، توافق إحدى الثغرات الكبيرة دوراً يعادل ثلث دور المشتري. فلو كان هناك كويكب يدور حول الأرض بهذه الدور، لاقترب كثيراً في لحظة ما من المشتري، ثم مجدداً بعد ٣ دورات، فـ٦، فـ٩... هذا المرور المتوالي مع القرب الشديد من المشتري يحدث إذن دائماً في ذات المنطقة من مساره. من شأن هذا الأمر أن يرجح إذن أثراً تراكمياً من قِبل المشتري الضخم الحجم على ذلك الكويكب الضئيل: وهو ما يعرف بظاهرة الرنين. (الأمر هنا متعلق بالمشتري وليس المريخ لأن هذا الأخير أصغر حجماً من المشتري ٣٠٠٠ مرة ، ومن ثمّ فإن أثر فعله التثاقلي أضعف بكثير من أثر ذاك الكوكب العملاق). ويعرف الرنين الذي اتخذناه مثالاً برنين ٣/١، لأن ثلاثة أدوار للكويكب الافتراضي تساوي دوراً واحداً للمريخ. وثمة ثغرات أيضاً تتوافق مع قيم الرنين ٢/٥، ٣/٧، ٢/١...

هـل يمكن تفسـير الثغـرات بظواهـر الرنين،علماً بأنّ عمل المشـتري المتكرر ينتهي بقذف الكويكبات خارج مداراتها الإهليلجية؟ الأمور ليسـت بالضـرورة بهذا القدر من البساطة، على الأقل لأن ثمة قيماً أخرى للرنين لا توافق ثغرات بل فوائض في توزيع الأدوار، كما هو الحال على سبيل المثال مع الرنينين ١/١ و ٢/٣. وقد بدأ غموض هذه المسألة يتبدد عام ١٩٨٢م بفضل أعمال جاك وسدوم Wisdom بخصوص رنين ٣/١.



الشكل ١٢ - التباعد المركزي لمسار شواشي بجوار رنين ١/٣. المحور الأفقي: الزمن بملايين السنين. المحور العمودي: اللامركزية. (مستنسخ من جاي. وسدوم، السلوك الفوضوي في نظام المجموعة الشمسية،
(Chaotic behaviour in in the Solar System، Proc. Roy. Soc. A413 (1987)،
الشكل ٥. ص. ١١٨، بموافقة الجمعية الملكية.)

يعرِّف هذا الرنين منطقة عشوائية في فضاء الطور؛ لكن هذا الطابع الفوضوي لا يظهر إلا بعد وقت طويل. يمكن لكويكب واقع في هذه المنطقة البقاء مئة ألف أو مليون عام على مدار شبه دائري. ثُم فجأة، ودون سبب ظاهر، يقفز الكويكب إلى مدار مسطح بشكل بالغ، وتسمى هذه الظاهرة بـ «طفرة التباعد المركزي» bouffée d'excentricité؛ مع العلم بأن التباعد المركزي لقطع ناقص عدد يتراوح بين ٠ و١ يقيس مدى تسطيحه: ٠ للدائرة وحوالي ١ لقطع ناقص بالغ التمدد.

نأسف لكون الخبراء لم يقدّموا لنا أي تفسير ابتدائي لهذه الطفرات المفاجئة جداً؛ إذ إن وجودها المرجح كثيراً ناتج عن حسابات رقمية على الحاسوب بأساليب مختلفة توصل إلى نتائج متناغمة. (وقد سبق أن أشرنا إلى مبدأ هذه الحسابات، التي تستبدل المدة غير المتناهية الصغر التي يمليها علم التحريك بمدة أقرب إلى المقاييس الزمنية الخاصة بالظاهرة المدروسة). إن المدارات المنبسطة ليست في حد ذاتها سبباً لقذف الكويكبات: فبعد الطفرة (التي تتواصل قرابة ١٠ آلاف سنة)، يعود الكويكب من تلقاء نفسه إلى مدار شبه دائري، بل إنه سيعود إليه بالأحرى إن لم يلتق في هذه الأثناء بالمريخ أو الكرة الأرضية! ذلك أن الشكل الممدد الذي يتخذه الكويكب أثناء هذه الطفرة يتسبب في التقاء الكويكب بمداري الكوكبين المجاورين، من الجانب «الداخلي» (القريب من الشمس). فإن وُجد الكوكب لحظة قطع الكويكب مداره، اصطدما، وإن كان الكوكب قريباً، تعرض الكويكب لاضطراب شديد ووجد نفسه على مدار حول الشمس قد يختلف تماماً عن مداره القديم.

تطرح ظاهرة طفرات التباعد المركزي في الواقع تفسيراً مُرضياً للثغرات المتوافقة مع كل قيم الرنين، باستثناء الرنين ١/٢، إذ ثمة فرضية لهذا الرنين الأخير تتناول بدورها تأثيرات ميكانيكية ولكن أكثر تعقيداً؛ وهي مسألة لم تحسم حتى لحظة كتابتي هذه.

النيازك

هي أجسام ناشئة خارج الأرض تسقط على هذه الأخيرة؛ يُحدث مرورها في الغلاف الجوي ظاهرة «الشهاب»، وهو نثار مضيء في السماء ناتج عن تسخينها إثر احتكاكها بالهواء، كما يُحدِث أيضاً سقوط حجارة قادمة من السماء (بل وأيضاً -ولكن نادراً- كتلاً صخرية متفاوتة الحجم). ظاهرة سقوط الحجارة من السماء، الموثقة منذ العصور القديمة، ظاهرة

كان ينفيها العلماء الذين يمقتون أخذ شهادة أبناء الريف غير المتعلمين في الحسـبان. وقد كتب ماكس فون لو Max von Laue في القرن الثامن عشـر في مؤلفه تاريخ الفيزياء:» كان أتباع مدرسة نيوتن يرون أن أحداث السقوط العشـوائية للحجارة وكتل الحديد «الهابطة من السـماء» لا تتفق مع النظام الفلكـي الذي كشـف عنه أسـتاذهم.» بيـد أن المحامي إرنسـت فريدريش تشـلادني Ernst Friedrich Chladni جمـع عـدداً كبيراً من الشـهادات الخاصة بسقوط الأحجار؛ مستنتجاً في عام ١٧٩٤ أن تطابق هذه الشهادات يقيمهـا مقام الحقيقـة. وعـام ١٨٠٣، انهمر وابل من الحجـارة على ليغل L'Aigle في منطقـة أورن (Orne)، فأرسـلت علـى إثـره أكاديمية العلوم لجنة تقصٍّ برئاسـة جان بتسـت بيو Jean-Baptiste Bio. فاضطر العلماء عندئذ إلى التسـليم بالأصـل غير الأرضي للنيازك. ثمة عبرة بالغة في هذه القصـة هي في صميم موضوعنا، إذ لا شيء في المضمون العقلاني الصارم لاكتشافات نيوتن يقود بالضرورة إلى فكرة عامة جداً لنظام كوني، بيد أن الاسـتقراء المتحمس لهذا المضـمون، مقترناً بالأفـكار الموروثة عن الإغريق الخاصـة بالتناغم الكوني، شـكّلا حاجزاً حول هذه النتائـج العلمية يتعذر تقويضه. والحالة الأشبه بعدم الاكتراث إزاء اكتشافات بوانكاريه العبقرية، التي اسـتمرت طوال النصف الأول من القرن العشرين، كانت ناجمة أيضاً عن نفس السبب ونفس ذلك الحاجز.

طُرحت منذ زمن بعيد الفرضية التي مفادها إمكان انبثاق هذه النيازك من حزام الكويكبات؛ بيد أنه لم يكن قبل شيوع الفوضى من تخيّل آلة محتملة للرحيل من هذا الحزام إلى الأرض. وبتسليط الضوء على وجود منطقة عشوائية في فضاء الطور حول لرنين ١/٣، وبترجيح وجود طفرات التباعد المركزي في المسارات المنتمية إلى هذه المنطقة، سمحت حسابات وسدوم باقتراح مثل هذه الآلية. تجدر الإشارة إلى أن حسابات من هذا القبيل لا يمكن أن توفر مسارات دقيقة للنيازك؛ فإن هذه المسارات، بالنظر إلى طبيعتها العشوائية تحديداً، مضطربة قياساً بفروق صغيرة سرعان

ما تتنامى بسرعة (بشكل أسي) مع الزمن. إلا أن هذه الفروق قد تكون مادية (كاضطراب كويكب لأي سبب فيزيائي)، كما قد تكون حسابية: أي ناجمة عن خطأ في التقريب-عند تدوير الحساب- (نظراً إلى عدد الأرقام المحدود الذي يحفظه الحاسوب بالمقارنة مع الأعداد التي يعالجها) يتنامى مثل فارق يمثّل فارقاً حقيقياً. لا يدعي إذن وسدوم الوصول إلى مسارات فردية صحيحة، إلا أن الدلالة المهمة لعمله تكمن في ترجيح وجود طفرات التباعد المركزي بشكل كبير، ومن ثم وجود مسارات تقطع مسار الأرض. كما تتفق النتائج التي تم التوصل إليها مع التوزيع الفضائي والزماني لسقوط النيازك، وبخاصة ما يعرف بـ «ظاهرة ما بعد الظهر»: إذن عدد النيازك التي تسقط بعد الظهر يساوي ضعف ما يسقط منها صباحاً. وبهذا نكون قد اقتربنا بشكل كبير من فهم أصل النيازك.

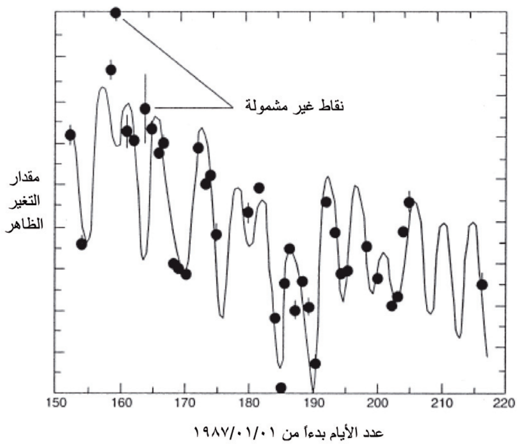
هايبريون Hypérion

هو قمر صغير تابع لكوكب زحل، يدور في مسار بعيد عن حلقات زحل، لكنه غير بعيد عن مسار القمر العملاق التابع لزُحل: تيتان Titan. في عام ١٩٨١ تمكن المسبار فويجر ٢ (Voyager 2) من بث صور لهذا القمر؛ فتبين أنه ذو شكل غير منتظم أشبه إلى حد ما بشكل حبة البطاطا، وأن أبعاده في حدود الـ ١٠٠ كيلومتر. وقد أفضت منذ زمن الدراسة الرياضية لدوران جسم صلب ما إلى مفهوم شبه إهليلج العطالة: أي إن ديناميكية الدوران لا تختلف عن ديناميكية القطع الناقص، أي إنه على شكل كرة مسطحة. في حالة هايبريون، تتباين محاور شبه الإهليلج وكأنه قد تم تسطيح الكرة في ثلاثة اتجاهات متعامدة فيما بينها ووفق ثلاث علاقات مختلفة. فلو كانت حركة القمر منتظمة وبسيطة، لكان المحور الكبير في شبه إهليلج العطالة متجهاً دوماً نحو زُحل، ولكان دورانه حول نفسه بسرعة ثابتة حول محوره الصغير. إن هذا السلوك المنتظم هو كسلوك قمر المشتري أمالثيا (Amalthée) الممدد الشكل. إلا أن هايبريون

أكـثر تقلّبا في سـلوكه مـن هذا الأخير. لقـد تمّكن العالم الفلكـي جاي كلافيتير (J. Klavetter) مـن رصـد تغيراتـه مع الزمن (الشـكل ١٣). نلاحـظ أن هذه التغيرات المعقدة جداً توحي بأن هذه الظاهرة فوضـية.

وهي المرة الأولى التي نشهد فيها ظاهرة فلكية تبدو ذات طابع فوضـي على مدى مدد زمنية يمكن للإنسان التوصل إليها (بضعة أسابيع في هذه الحالة).

كيف يمكن تفسير هذا السلوك؟ إن حركة هايبريون المدارية منتظمة إلى حد ما: إذ تستغرق دورة هذا القمر حول زُحل حوالي واحد وعشرين يوماً. لنبدأ أولاً، حسب منهج كلاسيكي، بتبسيط شديد للمسألة: لنفرض أن كتلة هايبريون موزعة بشكل كروي وأن لمداره شكلاً دائرياً. يعطينا علم التحريك نتيجة بسيطة: هي اختزال فضاء الطور الخاص بقمرنا في مستو توجد فيه منطقتان يفصلهما مسار فاصل، مع علمنا المسبق بأن المسار الفاصل مسار مضطرب في الأساس: إن كان ثمة فوضى، فسيظهر أولاً في الجوار.



الشكل ١٣ سطوع هايبريون، برصده مدة ٦٠ يوماً (مستنسخ من أي. بيتيرسون، الفوضى في النظام الشمسي، دار بور لا سيانس، ١٩٩٥، ص. ٢٠٩) Reproduit de I. Peterson، Le chaos dans le système solaire، éditions Pour la science، 1995، p. 209)

وقد يظهر الفوضى باضطراب الحركة؛ ولا يعود الاضطراب في هذه الحالة إلى ظاهرة فيزيائية جديدة، وإنما إلى بعض الملامح المميزة التي يرفض نموذجنا المبسط أخذها في الحسبان: فشبه إهليلج العطالة ليس كروياً بل إهليلجيا (وبالغ التمدد). يعلمنا علم التحريك إذن أن فضاء الطور يتضمن مناطق منتظمة تكون فيها الحركة شبه دورية، بالإضافة إلى مناطق فوضىية. المنطقة الفوضوية في فضاء الطور لدى بعض الأقمار صغيرة نسبياً، لكن الأمر نقيض ذلك في هايبريون حيث تشغل المنطقة الفوضوية جل فضاء الطور. يرجح إذن علم التحريك الفرضية التي اقترحها الشكل ١٣: فدوران هايبريون حول نفسه عشوائي.

ولكن لماذا يجسد هايبريون بالذات هذه الميزة، فهل هو قمر استثنائي إلى هذا الحد؟ تقول الفرضية المعتمدة إن العديد من الأقمار الأخرى قد خاضت خلال مدة ما من وجودها مرحلة فوضىية: تكمن خصوصيته في أنه يخوض مدة الفوضى في الوقت الراهن بالذات، أثناء وجودنا نحن وقدرتنا على رصده.

الكواكب

دور كل كوكب في مداره الإهليلجي وفق حركة تامة الانتظام إلى الأبد، حسب الوصف الكبلري. ولقد أضفى نيوتن بدوره وجهة نظر ديناميكية ربطت الحركة بالمجال التثاقلي للشمس، مفسراً بذلك قوانين كبلر بسبب فيزيائي. إلا أن نيوتن كان السبب في تقويضها في الوقت ذاته ، إذ لم تعد قوانين دقيقة وإنما تقريبية. فكل كوكب لا يخضع فقط لأثر المجال التثاقلي للشمس، وإنما يخضع أيضاً للمجالات التثاقلية للكواكب الأخرى. وكان نيوتن يتساءل عما إذا كان النظام الشمسي معرضاً للاختلال، وإن كانت ثمة ضرورة لتدخل إلهي بين الحين والآخر. إلا أنه أقدم مع ذلك على تقويم أثر التفاعل التثاقلي بين أعظم الكواكب حجماً على حركتها.

وقـد اعتقد عـالم الفلـك هـالي Halley عَصـريّ نيوتن أن بوسـعه، باسـتخدام ملاحظات الكلدانيين القديمة التي نقلها بطليموس، إظهار أن مدار كوكب المشـتري يقترب من الشـمس ببطء، في الوقت الذي يبتعد فيه مـدار زُحـل عن هذه الأخيرة. فهـل كان الأمر عبارة عـن انحراف يحدث - وهـو مصـطلح قرني حسـب تعبـير علماء الفلـك- أم إنـه تغير دوري؟ فإن كان انحرافاً، فسـيكون النظام الشمسـي غير مسـتقر لأن كوكباً على الأقل من كواكبه سيكون هارباً! إلا أن حسابات لابلاس Laplace ولاغرانج Lagrange في حقبـة الـ١٧٧٠ كانت أقـرب إلى إثبات اسـتحالة مثل هذه الظاهـرة وأن اضـطرابات تحـركات الكواكـب، العائـدة إلى تفاعلاتهـا المتبادلـة، لا يمكـن أن تكون سـوى دوريـة، وأنها تنطوي علـى ذبذبات في المقادير التي تحدد شكل وبعد ووضع الإهليلجات حول قيمة متوسطة.

كانت هذه حسابات بطريقة الاضطرابات (أنظر الفصل ٢) التي تفترض صحتها أن كتل الكواكب البالغة الصغر بالمقارنة مع كتلة الشمس تعادل كتلة كوكب المشتري في الواقع حوالي ١/ ١٠٠٠ من كتلة الشمس، في حين تعادل كتلة زُحل حوالي ٣/ ١٠٠٠٠ من كتلة الشمس، وأما كتل الكواكب الأخرى فهي أصغر بكثير (الأرض على سبيل المثال: حوالي ٣/ ١٠٠٠٠٠٠ من كتلة الشمس). هذه الفرضية إذن معقولة، إلا أن السؤال المطروح يتعلق بمعرفة نوع الخطأ الذي تسببت فيه طريقة الاضطرابات. سنعود إلى هذه المسألة لاحقاً.

لابلاس هو الذي كشف أيضاً لغز كوكبي المشتري وزُحل. قد سبق أن لاقينا ظاهرة الرنين بشأن النيازك؛ ويمكن تعريفها عموماً بأنها تفاعل ظاهرتين دوريتين ذواتي دورين غير متناسبين. يؤدي الرنين دوراً أساسياً في الميكانيكا السماوية. فعلى سبيل المثال: ينجز كل من المشتري وزحل دورانهما حول الشمس في حوالي ١١,٩ و ٢٩,٥ عاماً على التوالي، وهي أدوار تكاد تكون متناسبة: فإن ٥ أدوار لكوكب المشتري تستغرق حوالي ٥٩,٣ سنة، في حين يستغرق دوران لزُحل حول الشمس حوالي ٥٨,٩

سنة. لنفترض مدة ما يكون فيها هذان الكوكبان متقاربين إلى أبعد حد ممكن: بعد مرور ٥٩ عاماً، يكون كل منهما قد أنجز عدداً شبه كامل من الدورات حول الشمس، ومن ثم فسيوجدان تقريباً في الموقع النسبي نفسه. هنا يتجلى لنا أن اضطرابات حركات هذين الكوكبين الناجمة عن التأثير المتبادل بينهما يسفر في آخر المطاف عن أثر قوي نسبياً بسبب الرنين٥/٢ الموضح أعلاه. وقد أظهرت حسابات لابلاس أن هذا الأثر يتمثل في ذبذبة صغيرة لخط طول كوكب زُحل بدور يساوي ٩ سنوات وبسعة تقارب ثلاثة أرباع الدرجة. أما وَهمُ الانحراف القرني فكان بسبب عودة الأرصاد المأخوذة في الحسبان إلى عهود تفصلها مدد مضاعفة لـ ٩٠٠ مئة عام.

وقد أدت حسابات لابلاس إلى نظرية على قدر كبير من الدقة بشأن حركات المشتري وزُحل (أكبر كوكبين في المجموعة الشمسية)، إذ لم تفسر مشاهدات تلك المدة فحسب، بل وما رصده بطليموس أيضاً. ولم يتعد الفارق بين النظرية وما سجلته المشاهدات قط الدقيقة الواحدة في القوس (أي ١/٦٠ من الدرجة). فقد بدا أن شيئاً لن يعطل التقدم الموفق في طريق الوصول إلى شرح واف لحركات الكواكب. لكننا سنرى في الفصل السابع إلى أي إسقاطات غير معقولة أوصل هذا النجاح لابلاس، ذلك أن حتمية لابلاس ليست مجرد ثمرة انطلاق خيال الإنسان فحسب؛ وإنما تعود جذورها أيضاً إلى تاريخ الميتافيزيقا الغربية وإلى بعض أوجه التقدم العلمي اللافتة.

في القرن التاسع عشر، واصل لوفيرييه Le Verrier عمل لابلاس، فأظهر أنه يمكن الذهاب بعملية التقريب إلى أبعد مما اقترح سلفه بشكل يسفر عن تعديلات لا يمكن تجاهلها. تجدر هنا الإشارة إلى إنجازه، حين تنبأ بالتزامن مع آدمز Adams بوجود كوكب نبتون من خلال دراسة اضطرابات حركات أورانوس. إلا أن ما يهمنا بشكل مباشر هنا هو أنه بدأ يلاحظ حدود أساليب لاغرانج ولابلاس، مستخلصاً أن ما تسفر عنه هذه الأخيرة من تنبؤات لا يمكن أن تصلح لمدة زمنية لا متناهية، ولا سيما

نتائج أسلافه بشأن استقرار النظام الشمسي (لا يمكن لأشكال ومواقع الإهليلجات الكبلرية إلا أن تتذبذب، فلا تغيرات قرنية ولا انحرافات). فهذه النتائج ليست خاطئة، إلا أن مداها الزمني محدود. كان لوفيرييه يطرح لعلماء الرياضيات الآتين بعده مسألة نصها بالغ البساطة: إيجاد حلول دقيقة دون أي تقريب لمعادلات ديناميكية النظام الشمسي.

وكما هو الشأن في غالب الأحيان، لم تنطو ثورة بوانكاريه (أنظر الفصل ٣) على حل المسألة التي طرحها لوفيرييه، وإنما على تغيير موقع المسألة. فالحلول الدقيقة التي كان يحلم بها لوفيرييه توجد بالنسبة إلى الأنظمة القابلة للتكامل (أنظر الفصل الثاني)، مثل مسألة الجسمين. إلا أنه لا يوجد ما يثبت أن النظام الشمسي (كنظام ديناميكي وكائن رياضي مشتق من النظام الشمسي للفلكيين من خلال معالجة مثالية) قابل للتكامل؛ بل إن العكس هو الذي يبدو معقولاً وثمة صلة بين الطابع الفوضوي للعديد من حلول مسألة الأجسام الثلاثة على سبيل المثال وبين عدم القابلية للتكامل تحديداً. نقوم في الوقت الراهن بحساب حلول تقريبية للعديد من المسائل العملية بواسطة الحاسوب (أنظر للفصل ٣)؛ لكننا لا نسعى لإيجاد حلول موافقة لظروف ابتدائية محددة بالنسبة إلى المسائل النظرية (مثل مسألة استقرار النظام)، وإنما نسعى إلى دراسة خواص مجمل الحلول، وفق بوانكاريه أو مبرهنة كولموغوروف-أرنولد-موزر.

لم تتناول مبرهنة كولموغوروف-أرنولد-موزر بصيغتها الأولى النظام الشمسي مباشرة، إلا أن أرنولد قام بتعميمها بحيث يمكن تطبيقها على النظام الشمسي الحقيقي، أو، على الأقل، على الأنظمة الشمسية التي سنقوم بتعريفها بشكل أكثر دقة. لنفترض أنه لا يوجد هناك سوى كوكبين. لو كانت كتلهما صغيرتين إلى درجة أنهما لا تكادان تذكران إذا ما قورنتا بكتلة الشمس، لكان النظام قابلاً للتكامل، ولوقعت مسارات الطور الخاصة بهما على طارات لا متغايرة. حين تكون الكتل صغيرة ولكن دون

أن تكون قابلة لأن تُتجاهل، نجد نظاماً ينبثق من نظام قابل للتكامل بفعل الاضطرابات؛ وفي هذه الحالة، فإنّ كتل الكواكب و تباعداتها المركزية هي التي تتسبب في الاضطرابات. (يقيس التباعد المركزي مدى تسطّح القطع الناقص، فكلما كان التباعد المركزي كبيراً، كان شكل القطع الناقص مختلفاً عن الدائرة. فالتباعد المركزي في الدائرة يعادل الصفر). وقد أثبت أرنولد أنه إذا كانت الاضطرابات ضعيفة بالقدر الكافي، فستنطبق في هذه الحالة مبرهنة شبيهة بمبرهنة كولموغوروف-أرنولد-موزر: ستبقى الطارات غير المتغايرة الخاصة بالنظام القابل للتكامل، وتكون حركات النظام الممكنة شبه دورية.

فلا ريب في أهمية هذه النتائج الرياضية بالنسبة إلى دراسة النظام الشمسي : ولكن كيف يمكننا استخدام هذه النتائج؟ الإجابة بعيدة جداً عن االبديهة. فالمسألة الأكثر صعوبة هنا هي أن الطارات غير المتغايرة، حتى حينما تشكل غالبية الطارات، تبقى منعزلة، بمعنى أنه إذا وُجد مسار ما على طارة ما في ظروف ابتدائية معينة، أي إذا كان هذا المسار منتظماً، فإن تغييراً طفيفاً في هذه الظروف الابتدائية يسفر عن مسار غير واقع على طارة، أي مسار فوضوي. إلا أنه بوسعنا افتراض أنه في ظروف تملأ فيها الطارات غير المتغايرة أكبر حيز من فضاء الطور، فإن الحركة تكون شبه دورية على الأرجح. من جهة أخرى وبعد نشر نتائج أرنولد (١٩٦٣)، مال المتخصصون إلى الاعتقاد بأن النظام الشمسي، وإن لم يمتثل لفرضيات أرنولد بحذافيرها (كُتل الكواكب ليست صغيرة بالقدر الكافي)، هو على الأرجح ذو حركة مستقرة ومنتظمة.

بلوتون

كيف نتجاوز هذا الافتراض المؤسس على مجرد التخمين؟ تعد الميكانيكا السماوية الرياضية، بل الديناميكا الرياضية عموماً (التي تُعرف

اليوم بنظرية الأنظمة الديناميكية) علوماً صعبة لا تتطور إلا بوتيرتها الخاصة ؛ فالأفكار الجديدة التي تطرحها مفيدة إلا أنها عصية على الوصول إليها بأسلوب مخطط. لكن أسلوباً آخر تطور بشكل لافت للنظر في السنوات الأخيرة: هو التكامل العددي لمعادلات حركات الكواكب. فقد أتاح تطور تقنيات الحواسيب إجراء هذا النوع من الحسابات بنجاح بالاكتفاء بإجراء تقريبات يمكن اعتبارها معقولة: أي على نحو توجد أسباب منطقية تدفعنا إلى الاعتقاد بأنها لن تغير بشكل بارز طبيعة الحركة.

تتجلى الفوضى في نظام الكواكب في بادئ الأمر في أثناء دراسة عددية لمسار طور كوكب بلوتون، أي الكوكب الأكثر بعداً عن الشمس، والأخف، وذي الحركة المختلفة عن حركات سائر الكواكب من عدة نواح: فمداره مسطح بشكل استثنائي (درجة عالية من التباعد المركزي أو غير المركزية)، وفي حين تكاد توجد مسارات كل الكواكب الأخرى على ذات المستوي، ينأى مستوي مسار بلوتون بنفسه كثيراً عن ذاك المستوي (١٧°). وبواسطة حاسوب مصمم خصيصاً لدراسة النظام الشمسي، قام كل من جاي. وسدوم J. Wisdom وجي. سوسمان G. Sussman بدءاً من ١٩٨٤ بدراسة حركة الكواكب الخارجية الخمسة: المشتري وزحل وأورانوس ونبتون وبلوتون، على مدد زمنية متنامية الطول؛ حيث غطت أحدث دراسة (١٩٨٨) مدة ٨٤٥ مليون عام، وهو ما يعد جزءاً بالغاً من العمر المفترض للنظام الشمسي (حوالي ٢٠٪). فوجدا أولاً ذبذبات عن شكل وموقع مسار بلوتون، وأدوار تراوحت من بضعة ملايين إلى بضعة مئات الملايين من الأعوام. إلا أن هذه الذبذبات لم تكن كافية لاستنتاج الطبيعة الفوضوية لهذه الحركة (أو إقصاء هذه الفرضية). لكن الحال تغير لحظة تساؤلهما عما إذا ما كان لحركة بلوتون خاصية التأثر بالظروف الابتدائية، فقد تبين فعلاً عدم استقرار حركة بلوتون، بزمن ليابونوف قدره حوالي ٢٠ مليون عام. فهذه الحركة فوضوية إذن. لا شك في أن الحسابات العددية لن توصلنا إلى يقين مطلق لأنها بحكم الضرورة حسابات تقريبية؛ إلا أن

الخـبراء يتحكمون جيداً في ما يبدو في آثار التقريبات المختلفة، ويبدو هذا الاستنتاج مرجحاً إلى حد بعيد. وفي جميع الأحوال، فإن هذه النتيجة لم تعد مثيرة للدهشة منذ أن كشف علماء الرياضيات كون الفوضى احتمالاً قائماً باستمرار بالنسبة إلى الأنظمة ذات الدرجات العديدة من الحرية.

لم تعد إذن بعض الكويكبات وقمر واحد فقط ذات حركة فوضىية، فها هو كوكب أيضاً يتسم بها وهو بلوتون. وقد يظن المرء أن مجمل النظام كله فوضىي لأن أحد الكواكب التسعة فوضىي، وهو استنتاج سليم بلا شك من حيث المبدأ إلا أن كتلة بلوتون من الضآلة بحيث إنّ الأثر الذي يمارسه على الكواكب الأخرى محدود جداً. فحسابات سوسمان ووسدوم لا تبدي أي مؤشر على الفوضى في الكواكب الخارجية الأخرى.

أعمال لاسكار Laskar

أصبحت مشكلة الطابع الفوضوي أو المنتظم لحركة النظام الشمسي ومختلف الكيانات التي تشكله- المظهر الحديث لمسألة استقرار النظام الشمسي القديمة - مطروحة بشكل أكثر حدة بعد الاكتشافات المتعلقة بهايبريون وبلوتون. تنطوي المعالجة العددية لهذه المسألة على تعقيدات بالغة، وذلك بسبب تدخل مقاييس زمنية متباينة جداً. فإنّ أدوارالكواكب قصيرة جداً: وهي تتراوح بالمجمل بين ٣ أشهر (عطارد) وقرنين ونصف من الزمن (بلوتون). وإذا أردنا مكاملة معادلات نيوتن للنظام الشمسي عددياً (والمصححة كما ينبغي وفق أينشتاين حيثما تقتضي الحاجة، أي فيما يتعلق بالكواكب الأكثر قرباً من الشمس)، يكون من الأنسب اختيار خطوة قصيرة (والخطوة هي المدة الزمنية التي تفصل لحظتين متتاليتين في عملية التكامل؛ وهي كما تبيَّن المدة المحدودة التي تحل في الحساب العددي محل المدة غير المتناهية الصغر الموجودة في معادلات الديناميكا). من جهة أخرى، لا شك في غياب الطابع الفوضوي على مقياس القرون،

كما بين الرصد المباشر وكما أكدت نظرية الاضطرابات الكلاسيكية. فلا أمل في العثور على الفوضى إلا على مقياس ملايين السنين فما فوق، كما أظهر لنا مثال بلوتون. وأخيراً، حينما يزداد عدد مراحل الحساب بشكل مفرط، يصبح من المحظور إجراء هذه الحسابات على الحاسوب بسبب تكلفتها الباهظة من المال والوقت. فما العمل إذن؟

طرح عالم الفلك جاك لاسكار Jacques Laskar في مكتب خطوط الطول (Bureau des Longitudes) أكثر الحلول روعة (وقد استلهمتُ الكثير من كتاباته في الصفحات السابقة). يجمع لاسكار، وريث تقاليد لابلاس Laplace ولوفيرييه Le Verrier، بين الطرائق التحليلية التي تميز بها هؤلاء الأسلاف العظام والطرائق الحديثة لإجراء الحساب العددي على الحاسب. فهو يبدأ بإقصاء المقاييس الزمنية القصيرة بأخذ معدل على الحركات «السريعة»، أي معدل دورات الكواكب، وهذا ما يعود بشكل مجمل جداً إلى نشر كتلة الكواكب على امتداد مداراتها: وكأننا نقوم باستبدال كل كوكب بما يشبه قطاراً من الغبار، ذا كتلة إجمالية تعادل كتلة الكوكب، يدور على المسار بذات سرعة دوران الكوكب. ويستخدم لاسكار، كما فعل لوفيرييه من قبله، نشوراً بمتسلسلات، أو بالأحرى أولى حدودها (كما هو الحال دوماً في التطبيق)؛ ويضفي التقريب الذي أدخلناه على مقادير فيزيائية صغيرة تتمثل في كتل الكواكب (بالنسبة إلى كتلة الشمس)، قيم التباعد المركزي لمسارات هذه الأخيرة والزوايا التي تشكلها مستويات هذه المسارات مع المستوي المتوسط. وبعد الانتهاء من عمليات حساب القيم المتوسطة بالتقريبات المذكورة، وجد لاسكار نفسه أمام معادلات ذات ١٥٠٠٠٠ حد تقريباً! ومن حسن الحظ أن البرمجيات الراهنة تمكننا، بواسطة الحواسيب، ليس من إجراء الحسابات العددية فحسب، بل حسابات جبرية أيضا تُمثَّل فيها القيم العددية لمختلف المقادير الفيزيائية بحروف.

بات الطريق ممهداً الآن للحساب العددي. بما أن المقاييس الزمنية القصيرة قد أقصيت (أي تلك المتعلقة بدورات الكواكب)، أصبح من الممكن اختيار خطوة تكاملية أطول تقدّر بنحو ٥٠٠ عام؛ تجدر الإشارة إلى أن هذه الخطوة تظل قصيرة إلى حد ما إذا ما قورنت بالمقاييس الزمنية الباقية من أجل أن يكون الحساب دقيقاً، إلا أنها لا تسفر عن عدد مكلّف من مراحل الحساب. بذلك يستطيع لاسكار مكاملة المعادلات المتوسطة على مدة زمنية تناهز المائتي مليون عاماً، دون أن تستغرق العملية أكثر من بضع ساعات حساب على حاسوب عالي القدرة.

أفادت النتيجة (التي نشرت عام ١٩٨٩) بأن حركات الكواكب الداخلية (عطارد، الزهرة، الأرض والمريخ) هي حركة فوضوية، أو بالأحرى، بأن هذه الحركات تتسم بخاصية التأثر بالظروف الابتدائية؛ فمساران شديدا القرب في لحظة ما يتباعدان بشكل أسي بزمن ليابونوف يعادل حوالي ٥ مليون عام. وهذا يعني عملياً أنه إذا كان موقع الأرض عند لحظة ما معروفاً بتقريب يصل إلى ١٥ متراً (وهذا يعد درجة ممتازة من الدقة)، يكون عدم اليقين بحدود ١٠٠م فقط بعد ١٠٠ مليون عام؛ إلا أن عدم اليقين، بعد ١١٥ مليون عام، سيبلغ ١٥٠ مليون كم، وهو ما يعادل القيمة المتوسطة للمسافة ما بين الأرض والشمس؛ بمعنى أن موقع الأرض لا يكون محدداً على الإطلاق.

في المقابل، لا يبدو على حركات الكواكب الخارجية (المشتري وزحل وأورانوس ونبتون)، باستثناء بلوتون، أي دلالة على التأثر بالظروف الابتدائية (يعد بلوتون كما رأينا حالة استثنائية؛ من جهة أخرى فإنه خفيف إلى درجة تمكّن لحسابات لاسكار من تجاهله تماماً).

نشر لاسكار مؤخراً (١٩٩٧) نتائج دراسة ذات نطاق أوسع: حيث تم تبسيط المعادلات دون إخلال بالدقة يُذكر، وتقليص الخطوة إلى ٢٥٠ عاماً، والمدة محل الدراسة الآن تعادل عدة ملايين من السنين، أي ما يقارب عمر النظام الشمسي المفترض. وتؤكد النتائج الجديدة ما أسفرت عنه النتائج القديمة.

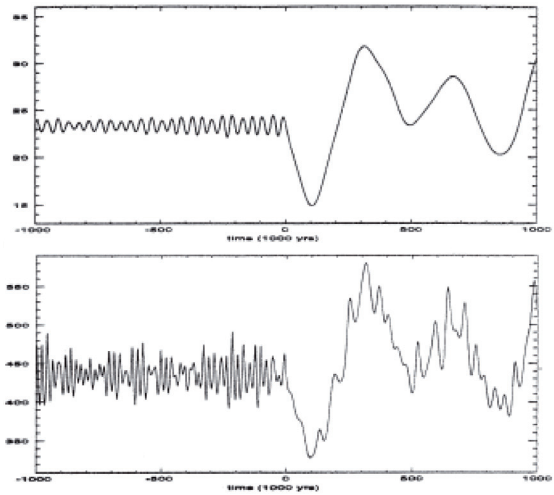
ميل الكواكب

هناك نوع آخر من حركات الكواكب يقوم بدور كبير في تحديد مناخها: وهو دورانها حول نفسها، أو بشكل أدق فوارق انحراف محور الدوران عن خط التعامد مع مدار الأرض، و هو ما يُعرف بالميل. من المعلوم أن الشمس تدفئنا في الشتاء بقدر أقل مما تفعله في الصيف لأن أشعتها تصيب سطح الأرض في الشتاء بدرجة ميل أكبر. وتختلف زاوية سقوط أشعة الشمس علينا بسبب الميل الذي يزيد قليلاً على ٢٣°. فلو نقص الميل، لقلّ تميز الفصول عن بعضها البعض ، ولو زاد، لعظُمت الفوارق الحرارية، بشكل يجعل استمرار الحياة أكثر صعوبة.

لو كانت الأرض كرة متجانسة، لما اقترن دورانها النهاري بدورانها السنوي، إلا أنها، كسائر الكواكب الأخرى أيضاً، كروية فقط في أول تقريب. ذلك أن القوة الطاردة من المركز، الناجمة عن الدوران النهاري، تسببت في تسطيح كوكبنا الذي يزيد قطره الاستوائي على قطره القطبي بحوالي ٤٣ كم. من أجل تمثيل هذا التسطيح وتصور آثاره، يمكن تخيل حشية استوائية تحيط بالكرة الأرضية. ينجذب الجزء المواجه للشمس من هذه الحشية إليها بقدر أكبر من الجزء يجعلها ظِهريّا (لأنه بكل بساطة أكثر قرباً من الشمس)؛ وكنتيجة لذلك، تميل القوى التثاقلية للشمس إلى تقويم محور دوران الأرض. كما يمارس القمر فعلاً مشابهاً (يُسمى مثل هذا الفعل المزدوجة، إذ تنضمّ آثارها إلى آثار إلى أبسط قوة جاذبية، أي تلك التي تفسر الدوران المداري). بيد أننا لو حاولنا تقويم محور دوران المِدوار (الجيروسكوب)، لرأينا بسهولة كيف يتسرب هذا المحور متجهاً عمودياً على اتجاه تأثيرنا. تُحدث إذن المزدوجة الناجمة عن الحشية الاستوائية إزاحة محور الدوران؛ لكننا نعلم أنّ هذه الحركة تتمثل في دوران تبلغ قيمة دوره حوالي ٢٥,٨٠٠ عام، وهو ما يسمى «الحركة المخروطية لنقطتي الاعتدال»، وهي ظاهرة معروفة منذ هيبارخوس Hipparque (القرن الثاني قبل الميلاد). ونظراً

لحــدوث هذا الــدوران البطيء حول محور عمودي على مســتوي المدار، فإنه لا يؤثــر علــى انحراف محور الــدوران النهــاري. إلا أن اقتران هــذه الدورة النهاريــة بالدوران المداري يســفر عن آثــار أكثر دقة: فالمــدار لا يبقى ثابتاً في الفضــاء ومن ثم يختلف الميل (على مدى من رتبة المليون ســنة) بحوالي $١،٣^{o}$ عن قيمته المتوسطة $٢٣,٣^{o}$. قد يبدو هذا الاختلاف طفيفاً، إلا أنه ذو تأثير بالغ على مدى تعرض الأرض لأشــعة الشــمس. فعند دائرة القطب الشــمالي على ســبيل المثال، تختلف نسبة التعرض الصــيفي لأشعة الشمس بحوالي ٢٠٪. وثمة اعتقاد بأن مثل هذه التغيرات (مقترنة بتلك الناجمة عن تغيرات التباعد المركزي الخاص بالإهليلج الأرضــي) تفســر المدد الجليدية التي شهدها الزمن الرباعي.

السؤال الذي يطرح نفسه الآن يتعلق بمعرفة ما إذا كان من الممكن أن تكون تغيرات أكبر قد طرأت على الميل في السابق، أو أن تحدث في المستقبل، وتحديداً: هل يمكن لتغيرات الميل أن تكون في السابق أو تصبح في المستقبل فوضىية؟ تميل حسابات لاسكار إلى الإجابة سلباً عن هذا السؤال، إلا أن هذه الإجابة مشروطة بحقيقة متميزة: وجود القمر. فلو لم يكن قمرنا موجوداً، لكانت مدة الحركة المخروطية لنقطتي الاعتدال أطول بثلاثة أضعاف، ولكانت مساوية بالتالي لأحد أدوار حركات مستوي مدار الأرض (وهي حركات بالغة البطء على المقياس البشري). وقد رأينا أن تعادل هذين الدورين يسفر عن ظاهرة الرنين؛ والرنين بدوره يقود في غالب الأحيان إلى الفوضى. إن وجود القمر وحده إذن هو الذي يحول دون فوضىية تحركات محور دوران الأرض النهاري. ويعرض الشكل ١٤ تصوراً مدهشاً لهذه الفكرة، مبيناً التغيرات بدلالة زمن ميل محور الدوران النهاري والإشعاع الشمسي عند دائرة القطب الشمالي. وقد تم حساب هذه التغيرات من أجل مدد منصرمة تمتد من المدة الراهنة (الزمن٠) حتى ما قبل مليون عام، مع مراعاة وجود القمر ومن أجل مدد قادمة تصل إلى مليون عام، على افتراض غياب القمر. يتجلى أثر القمر كعامل استقرار بشكل واضح.



الشكل ١٤- نتائج حسابات لاسكار: مقداران وفق الزمن بملايين السنين. بين ١٠٠٠ و٠، يوجد القمر، ومن ثم يغيب من ٠ إلى ١٠٠٠. في أعلى الشكل ميلٍ محور الأرض، وأدناه الإشعاع الشمسي عند خط العرض ٦٥° شمالاً. (مستنسخ من جاي. لاسكار، Large scale chaos and marginal stability in the Solar System،Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy 64 (1996)، **الشكل ١١، ص.١١٨. بموافقة** Kluwer Academic Publishers)

الأرض: كوكب غير عادي

لكن كوكب القمر قمرٌ استثنائي، فللكواكب الأخرى أقمار أيضاً (باستثناء عطارد والزهرة)، لكنها أقمار خفيفة جداً بصفة عامة. وحدها أقمار المشتري وزحل ونبتون هي ذات كتل يمكن مقارنتها بكتلة القمر، إلا أن هذه الكواكب أكبر من الأرض بـ٣١٨، ٩٥ و١٧ ضعفاً على التوالي. كتلة القمر (١/٨١ من كتلة الأرض) كبيرة إذن بشكل استثنائي، وهذا أحد الأسباب وراء الدور الكبير الذي يقوم به القمر في استقرار الميل، ميل الأرض.

وقد أكدت حسابات لاسكار ومعاونيه الخاصة بالكواكب الأخرى هذا الدور، إذ تبين أن مَيلي محوري عطارد والزهرة مرا على الأرجح بمدد من الحركة العشوائية، و خضعا من ثمّ لأثر الاحتكاك الناجم عن المد والجزر، وباتا الآن مستقرين. في المقابل، لا يزال الميل الخاص بكوكب المريخ فوضىياً إلى اليوم. فقد يتغير في مجال من القيم تمتد من ٠° إلى ٦٠°. أما الكواكب الأكثر بعداً عن الشمس من المريخ (مثل المشتري وما بعده)، فيبدو ميلها في حالة استقرار بشكل أساسي.

إن حالة الأرض إذن شديدة الخصوصية. فلولا القمر لكان مصيرها كمصير تلك الكواكب التي نسميها الكواكب «الأرضية» نظراً إلى شبهها بالأرض: ولتعرض ميلها إلى تطور فوضىي، ولحالت التغيرات المناخية البالغة دون تطور الحياة، بأوجهها الأكثر تطوراً على الأقل.

نجد أنفسنا هنا في نطاق يندر فيه اليقين، نطاق نفكر فيه بأسلوب حدسي. على الرغم من ذلك، يلاحظ لاسكار أن ثمة شيئاً يمكننا إثباته. فمن منطلق رأي طالما ساد من قبل، من المرجح لنظام كوكبي مماثل للنظام الشمسي أن يشتمل على كوكب شبيه بالأرض، ومن ثم مواتٍ لحياة أكثر تطوراً (كوكب واحد فقط لأن الكواكب الأقرب من النجم المركزي تكون أكثر حرارة بفعل الاحتباس الحراري، في حين تكون الكواكب الأبعد متجمدة). أبطلت النتائج الخاصة بدور القمر الباعث على الاستقرار هذا الرأي الذي طالما بدا وجيهاً : إذا كان للكوكب الواقع على بعد مسافة صحيحة قمر ذو كتلة كبيرة بشكل استثنائي، عندئذ فقط يمكن أن تتوافر الظروف الملائمة لحياة متطورة. بل ويضيف لاسكار:» منذ قبول مركزية الشمس، مالت الكثير من النتائج إلى إثبات أن الأرض كوكب عادي في الكون، بيد أن النتائج الراهنة تشير إلى العكس».

لا يقين حتى الآن بشأن أصل القمر. يقول السيناريو الأكثر ترجيحاً: إن كائناً بحجم المريخ -تشكل في الوقت نفسه الذي كُونت فيه الكواكب الأخرى- اصطدم بالأرض، فنجم من التصادم قدر هائل من الحطام

تجمّع بدوره بعد ذلك بفعل التفاعل التثاقلي مكوناً القمر. تكمن ميزة هذه الفرضية في أن احتمال وقوع مثل هذا الحدث ضئيل جداً؛ فهذا ليس حدثاً عاماً، أو هو-بشكل أكثر لفتاً للنظر- مناف لمبدأ العاديّة (الذي يحظر اللجوء إلى أحداث استثنائية لتفسير الحقائق الملاحظة). في ضوء هذه الاعتبارات، يصبح احتمال العثور على حضارات خارج الأرض أضعف بكثير مما كنا نعتقد.

الاستقرار الهامشي للنظام الشمسي

تمهد جميع هذه النتائج لنا اقتراح استنتاج معقول إلى حد ما وإن لم يكن مؤكداً. ماذا عن المسألة القديمة الخاصة باستقرار النظام الشمسي؟ إثبات الاستقرار من قبل لاغرانج و لابلاس لم يكن خاطئا ولكنه كان ذا صلاحية محدودة. فعلى مدى من رتبة عشرة ملايين عام، يمكن أن نعد حتى درجة جيدة من التقريب أن حركة النظام الشمسي شبه دورية، وهذا ما يسمح باستخدام طرق الحساب الكلاسيكية. أما على مدد زمنية أكبر، فإن هذه الفرضية تسقط ، وينبغي عندئذ تغيير طريقة الحساب، ولا نستطيع التنبؤ بالحركة بعد المائة ميلون عام. إلا أن هذا لا يعني استحالة القيام بأي دراسة كما رأينا. وتؤكد هذه الحقيقة أن التنبؤ بالحركة في المستقبل انطلاقاً من معرفتنا بالظروف الابتدائية، على الرغم من قيمته وأهميته الكبيرتين، سيظل مجرد طريقة لدراسة مجموعة من الظواهر الفيزيائية، ولا تُختزل المقاربة العلمية في التنبؤ، كما أن الحتمية ليست شرطاً لا غنى عنه في العلوم.

تذهب نتائج الحسابات الرياضية التي أجراها لاسكار وغيره من الباحثين إلى قول إنّ النظام الشمسي غير مستقر رياضياً، ويرتكز عدم الاستقرار هذا في الكواكب الأرضية من جهة، وبلوتون من جهة أخرى. وحسب لاسكار، ليس محالاً أن ينتهي الحال بهروب عطارد من النظام

الشمسي! إلا أن مثل هذا الأمر لا يمكن توقعه إلا في مقياس زمني من رتبة ٥ مليار عام، أي ما يعادل العمر المفترض للنظام الشمسي نفسه. إذ إننا ندنو من عدم الاستقرار في الوقت نفسه الذي نقترب فيه من حدود صلاحية المقاربة الميكانيكية البحتة للنظام الشمسي (عملية تكوين النظام الشمسي، المعروفة بشكل بالغ الضآلة، تتعامل مع قوانين طبيعية بعيدة جداً عن قوانين التحريك التي تُعدّ الكواكب والشمس من منظورها «نقاطاً مادية» ذات كتلة وربما ذات دوران ذاتي). وهذا ما يسمح بالحديث عن الاستقرار الهامشي للنظام الشمسي : فعدم الاستقرار، الذي يعده علم التحريك ممكناً، يقودنا إلى حدود نطاق صحة علم التحريك.

الفصل الخامس

الأنظمة المبدِّدة

دور الاحتكاكات

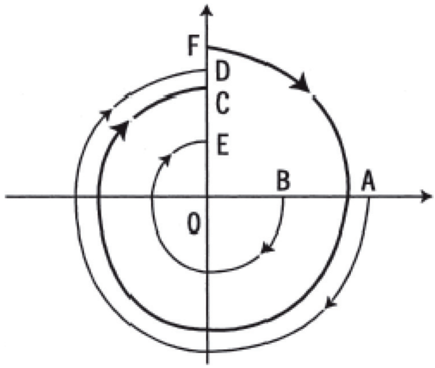
لقد قمنا حتى الآن بدراسة الأنظمة الديناميكية الهاميلتونية، التي هي كائنات رياضية تمثل كائنات فيزيائية لا تخميد فيها. وفي حال نظامنا المفضل، أي النظام الشمسي، أهملنا قوى الاحتكاك (من غير أن نذكر ذلك). ففي حالة الأرض مثلاً، يحرك المد والجزر البحار والمحيطات، وتحتك المياه بقاعها وسواحلها؛ وهذا يعني أن الطاقة الميكانيكية الخاصة بحركة الأرض لا تَتحفظ تماماً، وإنما يتحول قسط منها إلى حرارة. إلا أنه غالباً ما يتم تجاهل آثار هذه الاحتكاكات الضئيلة بارتكاب خطأ يمكن التغاضي عنه. فالكائن الفيزيائي المثالي، أي «النظام الخالي من التخميد»، يمثله نظام ديناميكي هاميلتوني تبقى الطاقة فيه ثابتة في خلال الزمن.

نتناول الآن فئة أخرى من الأنظمة الديناميكية: فئة الأنظمة المبددِة، أي الأنظمة التي لا تتحفظ فيها الطاقة، وإنما تتناقص مع الزمن. إن هذه الأنظمة الديناميكية أقرب إلى الواقع الفيزيائي من الأنظمة الهاميلتونية: فالاحتكاكات موجودة بالفعل، ومن ثم فإن الأنظمة الديناميكية التي تراعي الاحتكاكات تعد مبدئياً أكثر واقعية من تلك التي تهملها.

ثمة خاصية جوهرية تشترك فيها حركات الأنظمة الهاميلتونية: فهي لا تتوقف أبداً عن الحركة. وهذه خاصية مشتركة لدى كل حركات هذه الأنظمة، فوضية كانت أو منتظمة، وهي تعود إلى انعدام التخميد.

تختلف تحركات الأنظمة المبدّدة، إذ يميل النظام المبدد المنعزل، بدرجة متفاوتة من السرعة، إلى بلوغ حالة من الاستقرار، بمعنى أنه يسعى إلى التوقف عن الحركة. سيتأرجح البندول (الثقل المدلى من خيط) الذي نزيحه من موقف التوازن لمدة معينة، بسعة متناقصة، ليعود في النهاية إلى موقف التوازن. تتسم أبسط الأنظمة المبددة بهذه الخاصية، وهي الأنظمة التي لا تتلقى أي إمداد خارجي بالطاقة.

إلا أن هناك أنظمة مبددة لا تميل إلى بلوغ حالة التوازن لأنها تتلقى طاقة من الخارج: توصف حركة مثل هذه الأنظمة بأن حركتها مَرعيّة mouvement entretenu. وهو حال نواس ساعة ذات نابض (تغذية الحركة بالطاقة الميكانيكية) أو ساعة كوارتزية (تغذية الحركة بالطاقة الكهربائية). ولا تشبه حركة هذه الأنظمة حركة النظام الهاميلتوني: فهو ينزع إلى حركة محددة («حالة نظام» état de régime)، مستقلة عن الظروف الابتدائية؛ نقول عندئذ أن مسار الطور يسعى نحو جاذب. (تبدو حالة الاستقرار من هنا كحالة خاصة لجاذب: جاذب مختزل في نقطة). وأياً كانت الظروف الابتدائية، فإنّ الحركة تبدأ بمدة عابرة، وجيزة في غالب الأحيان، يقترب خلالها مسار الطور من الجاذب؛ قبل أن يمتزج به تقريباً. وهذا ما يسمح للساعة بتقدير الوقت بدقة، لأن حركة عقارب الساعة مستقلة تقريباً عن الظروف الابتدائية، ومن ثم تكون مماثلة دوماً لنفسها. يبين الشكل ١٥ مثال نوّاس الساعة ذات النابض، حيث يمثل الخطُ السميك الجاذبَ، بينما يمثل الانزلاق على المحور الرأسي رعايةَ الحركة: أي زيادة السرعة دون تغيير الموقع. أما الخط الرفيع فيظهر مسارين تحددهما اظروف الابتدائية A و B: إذ نقوم بإطلاق النوّاس بدون سرعة ابتدائية. وسرعان ما تمتزج هذه المسارات (بعد ثلاثة أرباع الدورة) بالجاذب. ويُعرف الجاذب البسيط بدورة حدّيّة(cycle limite)



الشكل ١٥- فضاء الطور الخاص بنّواس الساعة ذات النابض، حيث الجاذب ممثل بالخط السميك. ترفع آلية الحركة القسرية الجاذب من C إلى F، كما يرفع المسار المنبثق من A من D إلى F وذاك المنبثقة من B من E إلى F.

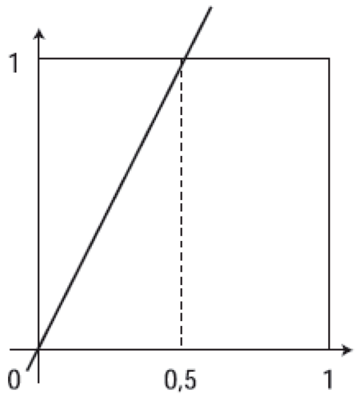
المثال الذي قمنا بوصفه ليس في الواقع الحالة الوحيدة الممكنة، إذ توجد أولاً الأنظمة ذات الجواذب المتعددة، يكون فيها لكل جذاب حوض، أي منطقة من فضاء الطور إذا انتمت الظروف الابتدائية إليها سعى مسار الطور نحو الجاذب الموافق للحوض. أصل مصطلح «»الحوض» هنا واضح: فإن سقطت نقطة ماء على الأرض في حوض مجرى مائي ما، فستنتهي بالعودة إلى هذا الأخير، وفي هذا التشبيه، يمثل كل جاذب مجرى مائياً؛ توافق المدة العابرة في الحركة مدة الانسياب التي تنضم خلالها قطرة الماء لهذا الأخير.

هناك أيضاً جواذب أكثر تعقيداً من التي في الساعة؛ وهي التي توجد في الأنظمة ذات درجات عدة من الحرية، وبنيتها الهندسية هي من الغرابة بحيث تمّت تسميتها بالجواذب الغريبة، التي سنتحدث عنها لاحقاً لكونها إحدى خصائص الفوضى في الأنظمة المبددة. الدورة الحدية الخاصة بالساعة هي إذن حالة خاصة جداً للجاذب.

تطبيقات أحادية البعد

لاستشعار الاختلاف بين الأنظمة الهاميلتونية (التي تناولها الجزء الأول من الكتاب) والأنظمة المبددة (التي نبدأ الآن بحثها)، نطرح على أنفسنا السؤال التالي: ماذا يحدث لحجم فضاء الطور أثناء الحركة؟ سبق أن نوهنا بكون علم التحريك لا يهتم بحركة بعينها، وإنما يتناول جميع الحركات الممكنة. لندرس إذن من هذا المنطلق «حزمة» من الظروف الابتدائية، الممثلة بجميع نقاط حيز صغير من حجم فضاء الطور (نقصد بالحجم منطقة من فضاء الطور لها بعد الفضاء نفسه بمجمله). تتسبب الحركة التي تجول بكل نقطة من هذه المنطقة على مسار الطور الخاص بها في تشويه الحجم على نحو بالغ التعقيد في معظم الأحيان، إلا أنه تبين أنه إذا كان النظام قيد الدراسة نظاماً هاميلتونياً، فإن حجم المنطقة لن يتغير. وعلى النقيض من ذلك، فإنّ الحجم سيتناقص خلال الحركة في حال النظام المبدد. وعند انتهاء المدة الانتقالية من الحركة، تكون نقطة الطور (بدرجة ممتازة من التقريب) على الجاذب، وهذا الأخير ذو بعد أقل من بعد فضاء الطور. وهكذا يكون لفضاء الطور الخاص بنواس الساعة الميكانيكية بعدان، في حين تكون الدورة الحدية منحنىً ومن ثم ذات بعد واحد. (انظر الشكل ١٥).

يُبين لنا الاتجاه العام نحو فقدان الأبعاد الخاص بالأنظمة المبددة أنه يمكن دراسة بعض أهم خواص الفوضى في هذه الأنظمة من خلال نموذج رياضي بالغ البساطة: الدوال ذات البعد الواحد. يطلق هذا الاسم على قانون (وسيلة ما، وصفة محددة) تطابق عددا معينا مع عدد آخر. لنُسمِّ العدد الأول «عدد البدء» والعدد الثاني «عدد الوصول». مثال: عملية الضرب بالعدد ٢ تُعدّ تطبيقاً ذا بعد واحد؛ فإذا كان عدد البدء ٦، يكون عدد االوصول ١٢، وكذلك إن كان عدد البدء ٠,٨٧٥، يكون عدد الوصول ١,٧٥. ومن الوسائل المعروفة لتمثيل الدوال ذات البعد الواحد رسم ما يسمى الرسم البياني للدالة. ويمثل الشكل ١٦ رسماً بيانياً للدالة «عملية الضرب في ٢».

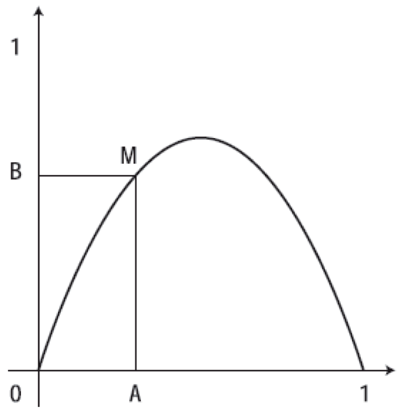


الشكل ١٦- رسم بياني للدالة الخاصة بالضرب بـ٢. عدد البدء مبين على المحور الأفقي وعدد الوصول على المحور العمودي.

تطبيقات النموذج اللوجستي

لنقم الآن بدراسة دالة أخرى أحادية البعد تُقدم نموذجاً بسيطاً لعدد من الخواص الجوهرية لفوضى الأنظمة المبددة. يتم اختيار أعداد البدء من ٠ إلى ١، ويمثل هذ المجال قطعةَ مستقيم (الشكل ١٧). القانون هو كالتالي: يُطرح عدد البدء من العدد ١ للحصول على عدد يقع هو أيضاً بين ٠ و١، ومن ثم يُضرب هذا العدد في عدد البدء، ثم يُضرب الحاصل في عدد يتم اختياره مرة واحدة، نطلق عيله اسم «الزيادة»- على سبيل المثال ٢ أو ٣,٥. (بساطة هذا القانون في تناقض صارخ مع النتائج المعقدة التي ستسفر عنها). هذا ما يسمى التطبيق اللوجستي. (إن أردنا معادلة للتطبيق، سمَّينا الزيادة r، x عدد البدء، فيكون عندئذ عدد الوصول: rx(1-x). إلا أن بوسعنا الاستغناء عنها. لنطبق الوصفة على مثال أول: لتكن الزيادة مساوية لـ ٢، وليكن٩,٠ عدد البدء. يساوي العدد «واحد مطروح منه عدد البدء»

١−٩,٠=١,٠. علينا بعد ذلك ضرب ٩,٠ في ١,٠، وهذا يعطينا ٠٩,٠، ثم نضرب الحاصل في ٢ ليكون عدد الوصول ١٨,٠.



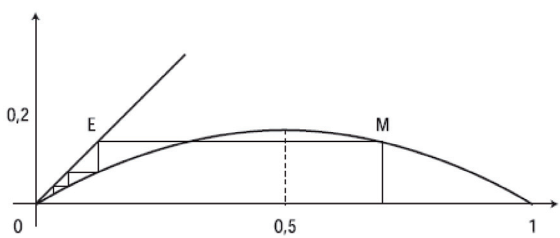
الشكل ١٧- رسم بياني لتطبيق لوجستي. يوافق عدد البدء الممثل بالنقطة A على المحور الأفقي عدد الوصول الممثل بالنقطة B على المحور العمودي.

يقع عدد البدء بين ٠ و ١، ونريد أن يقع عدد الوصول أيضاً بين ٠ و١. ويمكن إثبات حدوث هذا بالفعل ما دامت قيمة الزيادة تقع بين ٠ و٤. يمثل المنحنى المبيّن في الشكل ١٧ الرسم البياني للتطبيق اللوجستي، الذي يسميه علماء الرياضيات منحنى القطع المكافئ.

فما علاقة دوالنا الأحادية البعد بعلم التحريك؟ الإجابة معروفة! بما أن الظروف الابتدائية تحدد بقية الحركة، فإن نقطة الطور في لحظة ما تحدد إذن نقطة الطور في لحظة لاحقة، أي إن هناك تطبيقاً (أي علاقةُ مطابقةٍ محددةٌ جيداً) توصل الأول إلى الثاني. لنعد مجدداً إلى مستوي بوانكاريه (الشكل ٥، الفصل الثالث)، ولنتصور مسار طور ينطلق من النقطة A من هذا المستوي: سيقطع المستوي مجدداً عند النقطة B

التي تحددها النقطة A. هناك تطبيق إذن يطابق B بـ A، يُعرف أحياناً بتطبيق العَود الأول application de premier retour. وسيقطع مسار الطور في الغالب مستوي بوانكاريه مرة ثالثة، ثم مرة رابعة، فهلمّ جرا. يقودنا هذا إلى المسألة التالية: انطلاقاً من نقطة بداية (المرور الأول بمستوي بوانكاريه)، جِد نقطة الوصول الأولى (المرور الثاني)، ثم اتخذ نقطة الوصول الأولى نقطة بدء جديدة وابحث عن نقطة الوصول الموافقة لها، وهكذا دواليك. نقول إننا نقوم بتكرار التطبيق التي توجِد نقطة المرور التالية الموافقة لنقطة مرور ما في مستوي بوانكاريه.

لنعد مجدداً إلى التطبيق اللوجستي، ولنقف تحديداً عند ما يحدث حين نكرر التطبيق لدراسته في سياق علم التحريك. لنقم أولاً بتمثيل عملية التكرار بيانياً. لتكن قيمة الزيادة ٠,٦، وليكن ٠,٧ عدد البدء. يقطع المحور العمودي الذي يمر بنقطة ذات إحداثي٠,٧ من المحور الأفقي منحنى القطع المكافئ عند النقطة M التي يكون إحداثيها الآخر هو عدد الوصول ٠,١٣. لتكرار العملية، علينا إذن اتخاذ هذا العدد نقطة بدء جديدة. يتمثل هذا بيانياً كما هو موضح (الشكل ١٨): نقوم برسم الخط المائل ٤٥° الذي يمر بنقطة المرجع ٠؛ ويتميز هذا المنحنى بتساوي إحداثيات كل نقطة من نقاطه. من ثم نقوم بمد الخط الأفقي المار بـM حتى النقطة E حيث تقطع المنحنى المائل عند ٤٥°.



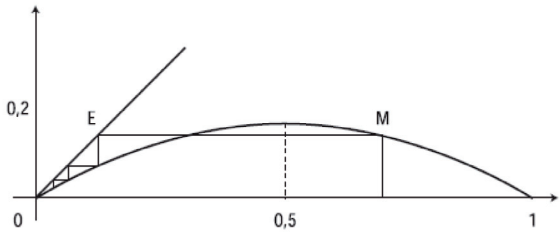
الشكل ١٨- الطريقة التكرارية للتطبيق اللوجستي (حيث r=0.6)، ويمثل O التوازن المستقر.

بذلك نكون قد أعدنا قيمة أول عدد وصول (٠,١٣) بالتوازي مع المحور الأفقي. حتى يصبح هذا العدد عدد البدء الثاني، يكفي رسم الخط العمودي المار بالنقطة E وصولاً إلى نقطة تقاطعها بمنحى القطع المكافئ. بات الرسم الآن يتحدث عن نفسه: إذ تترجم عمليات التكرار المتتالية إلى درجات سُلّم قمنا بتمثيل أولى درجاته على الشكل ١٨. كما يتبين لنا أن هذه الدرجات تتجه نحو نقطة المرجع O. بعبارة أخرى، فإنّ عمليات التكرار تصل إلى قيمة حدية هي ٠. في السياق الديناميكي، يسعى مسار النظام إلى جاذب يمثله العدد ٠. يمثل هذا العدد حالة توازن: بالفعل، حين ننطلق من ٠، تسفر عمليات التكرار المتتالية دائماً عن قيمة ٠. كما تتسم حالة التوازن هذه بالاستقرار، لأن العدد ٠ جاذب: فبالبدء من أي عدد تقع قيمته بين ٠ و١، نصل دوماً إلى ٠. ويمكن تأكيد كل هذه البنى البيانية بالحساب؛ وقد أوضحنا على الجدول التالي (رقم التكرار (١،٠، إلخ.)، وقيمة العدد الموافق تحت كل رقم.

٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٤	٠,٠٧	٠,١٣	٠,٧

بدءاً من عملية التكرار رقم ٦، نحصل في كل مرة على القيمة ٠، على الأقل حسب التقريب المحدد هنا (خانتان بعد الفاصلة). بوسع القارئ التأكد من هذه النتائج بمنتهى البساطة (الآلة الحاسبة الصغيرة ملائمة وإن كان يمكن الاستغناء عنها).

لتكن قيمة الزيادة الآن ١,٨ وليكن عدد البدء ٠,١٥. هنا تصعد درجات السلم بدلاً من الهبوط (الشكل ١٩). تقودنا عمليات التكرار مجدداً إلى قيمة حدية، إلا أنها لا تساوي٠ كما كان االأمر في الحالة السابقة، بل تساوي ٠,٤٤ تقريباً. بيانياً يمكن تمثيلها بنقطة تقاطع خط الـ٤٥° مع منحنى القطع المكافئ، بل بالأحرى مع إحدى نقطتي التقاطع، إذ تتمثل الأخرى في االمرجع O كما سلف.



الشكل ١٩- تكرار التطبيق اللوجستي (حيث r=1.8). يوافق ٠ حالة توازن غير مستقرهذه المرة، في حين يمثل التقاطع الآخر بين المنحنى بميل ٤٥° ومنحنى القطع المكافئ حالة توازن مستقر.

٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
٠,١٥	٠,٢٢	٠,٣٢	٠,٣٩	٠,٤٣	٠,٤٤	٠,٤٤

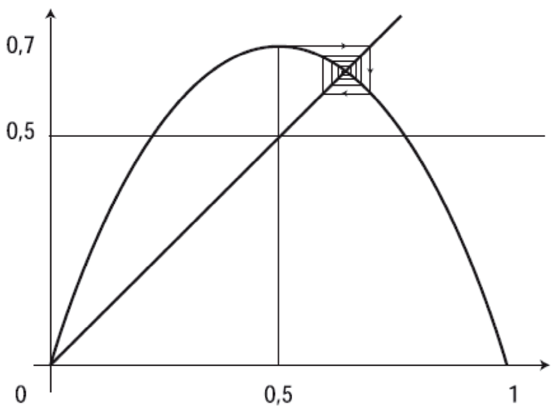
عملية التكرار الخامسة فصاعداً، نحصل دوماً على العدد ٠,٤٤ (إذا أردنا المزيد من الخانات بعد الفاصلة، علينا القيام بالمزيد من عمليات التكرار للوصول إلى حالة التوازن؛ إلا أننا نبلغها دوماً مهما كان عدد الأرقام بعد الفاصلة).

بشكل عام، تمثل كل نقطة تقاطع بين الخط المستقيم عند ٤٥° ومنحنى القطع المكافئ حالةَ توازن: فإن اتخذنا كعدد للبدء الإحداثي الأفقي لنقطة كهذه، قادنا التركيب البياني إلى عدد للوصول مساوياً له. في حالة الشكل ١٨، كانت هناك نقطة تقاطع واحدة كانت تمثل توازناً مستقراً. أما في الشكل ١٩، هناك نقطتا تقاطع، وكما يتبين من المثال الذي تناولنا، تمثل النقطة ذات الإحداثيات ٠,٤٤ و ٠,٤٤ توازناً مستقراً (بقيم أخرى لعدد البدء، يمكننا أن نتأكد بأننا كنا سنحصل على النتائج نفسها)، أما نقطة المرجع O (ذات الإحداثيات ٠ و ٠)، فتمثل توازناً غير مستقر. بالفعل، فإن عدد الوصول ٠ يوافق عدد البدء ٠، أي إنه يوجد توازن.. لكننا إذا أخذنا عدداً للبدء شديد القرب من ٠ دون أن يكون مساوياً له بالضبط (عدد

صغير قدر ما نشاء)، فإن عمليات التكرار المتتالية ستسفر عن أعداد متباعدة بشكل متزايد على ٠، إلى أن تنتهي إلى ٠,٤٤.

من شأن دراسة أكثر شمولاً، لا تكتفي بقيمة معينة أو غيرها للزيادة، وإنما تنظر في كل القيم الممكنة، أن توضح أن الانتقال من الحالة الأولى إلى الثانية يحصل عند تجاوز قيمة ١: من أجل زيادة تقل عن القيمة ١، توجد نقطة توازن وحيدة (تمثلها نقطة المرجع O) تتسم بالاستقرار. أما إذا ارتفعت الزيادة عن ١، فستصبح نقطة التوازن غير مستقرة، وستظهر في الوقت نفسه نقطة توازن أخرى مستقرة ممثلة بنقطة تقاطع الخط المستقيم عند ٤٥° مع منحنى القطع المكافئ.

حين تزيد قيمة الزيادة على ٢، يطرأ تغيير: لا تزال نقطة التوازن المستقر موجودة، إلا أن لولباً يحل محل السلم (الشكل ٢٠). تسفر عمليات التكرار المتتالية عن أعداد تقترب من قيمة التوازن، إلا أنها تكون على التعاقب أقل وأكثر من قيمة هذا العدد.



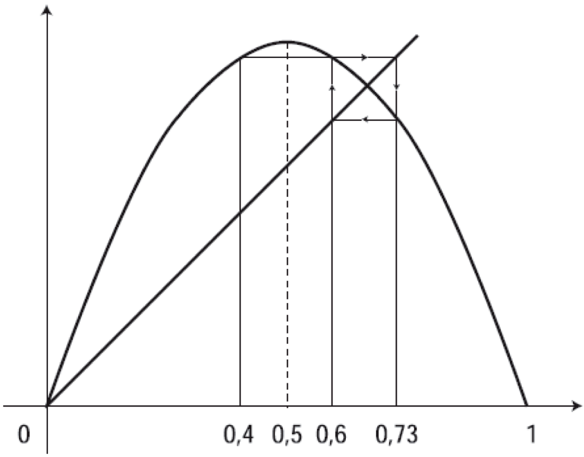
الشكل ٢٠- تكرار التطبيق اللوجستي (r=2.8). الالتقاء بنقطة التوازن طريق لولب.

لنأخذ على سبيل المثال زيادة قدرها ٢,٨، وللننطلق من العدد ٠,٥.
نلاحظ (أنظر الجدول الخاص بالشكل ٢٠) كيف تسفر عمليات التكرار ذات الرقم الزوجي عن أعداد متنامية، بينما تسفر ذوات الأرقام الفردية عن أعداد متناقصة. وِيَبْلُغ الحد المشترك بين هاتين المتتاليتين (بخانتين عشريتين) «بشكل مقص».

بدءاً من عملية التكرار السادسة عشرة، نجد دوماً ٠,٦٤.

٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
٠,٦٣	٠,٦٦	٠,٦٢	٠,٦٧	٠,٦١	٠,٦٨	٠,٥٩	٠,٧	٠,٥
١٧	١٦	١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩
٠,٦٤	٠,٦٤	٠,٦٥	٠,٦٤	٠,٦٥	٠,٦٤	٠,٦٥	٠,٦٤	٠,٦٥

يُحدث مرور الزيادة بالقيمة ٣ تغييراً بالغ الأهمية: إذ تصبح نقطة التوازن الواقعة على يمين الشكل، والمستقرة إلى الآن، غير مستقرة. يضمحل التوازن المستقر. وعلى الصعيد الهندسي، هذا يعني أن اللولب لا يضيق حول النقطة. على سبيل المثال، لنأخذ مثلاً زيادة قيمتها ٣,٠٥ (الشكل ٢١)، ولننطلق من عدد للبدء قيمته ٠,٤.



الشكل ٢١- تكرار التطبيق اللوجستي (r=3.05). الدورة الحدية: حركة دورية دورُها ٢.

يوحي الشكل أعلاه بأن عمليات التكرار الزوجية تسعى نحو حد معيّن، بينما تسعى عمليات التكرار الفردية نحو حد مختلف. لا نسعى هنا إذن نحو حالة توازن، وإنما نحو حركية دورية تقوم بدور الدورة الحدية.

ويمكن التأكد من ذلك، إذ يظهر الحساب مباشرة هذا السعي نحو حركة دورية:

٥	٤	٣	٢	١	٠
٠,٧٣	٠,٦	٠,٧٣	٠,٦	٠,٧٣	٠,٤

تشعب وتضاعُف الدورة

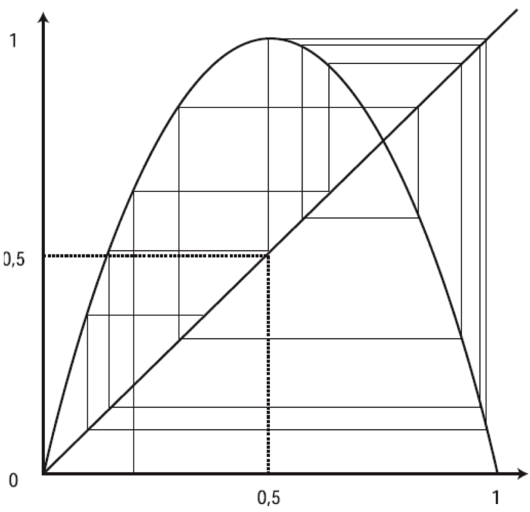
لنوجز النتائج التي توصلنا إليها من خلال وصف «وراثي» يتابع التطور المرافق لتنامي قيمة الزيادة. رأينا أولاً كيف أن نقطة التوازن ٠ التي كانت مستقرة في بادئ الأمر تصبح غير مستقرة عند مرور الزيادة بقيمة ١، بينما تظهر نقطة توازن أخرى. تكون الحركة نحو التوازن رتيبة حينما يكون عدد البدء أقل من ٢، أي إن عمليات التكرار المتتالية تنتج أعداداً متنامية حينما يكون عدد البدء أصغر من قيمة التوازن (حالة الشكل ١٩)؛ إلا أننا حين نبدأ بعدد بدءٍ أعظم من قيمة التوازن، نجد متتالية ذات أعداد متناقصة. حين تقطع الزيادة قيمة ٢، تصبح الحركة الساعية نحو الاستقرار حركة متناوبة، وهو ما يتجلى بيانياً بحلول حلزون محلَّ السلّم. بتعبير آخر، تتجزأ الحركة المتجهة نحو الاستقرار إلى حركتين رتيبتين (إحداهما متزايدة، والأخرى متناقصة).

هذا الأنقسام كان ينبئ بتغيير أعظم عند مرور قيمة الزيادة بالعدد ٣: تصبح نقطة التوازن غير مستقرة. ما زالت الحركتان موجودتين (المتزايدة والمتناقصة)، إلا أنهما لم تعودا تسعيان نحو التوازن ذاته، وإنما نحو عددين متباينين. فالحركة الإجمالية إذن تسعى لتكون حركة دورية. يقال عندئذ أن تشعباً حدث، أي إن قيمة توازن وحيدة ولدت عددين تتردد الحركة الدورية بينهما. تشعب التوازن ليسفر عن دورة حدية ذات دور قدره ٢.

٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
٠,٨٥	٠,٤١	٠,٨٦	٠,٤٥	٠,٨٥	٠,٤٢	٠,٦٨	٠,٥٦	٠,٨
١٧	١٦	١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩
٠,٤٩	٠,٨٣	٠,٣٩	٠,٨٧	٠,٤٧	٠,٨٤	٠,٤٠	٠,٨٧	٠,٤٦
–	٢٥	٢٤	٢٣	٢٢	٢١	٢٠	١٩	١٨
–	٠,٥٠	٠,٨٣	٠,٣٨	٠,٨٧	٠,٥٠	٠,٨٣	٠,٣٨	٠,٨٧

لننظر الآن إلى ما يحصل عندما نقوم مجدداً برفع قيمة الزيادة، ولتكن على سبيل المثال زيادة تساوي ٣,٥، ولننطلق من عدد بدءٍ يساوي ٠,٨. نحصل على النتائج التالية:

ابتداءً من عملية التكرار رقم ١٨، نجد متتالية من أربعة أعداد تتكرر إلى ما لا نهاية: ٠,٨٧؛ ٠,٣٨؛ ٠,٨٣؛ ٠,٥٠. لا نزال أمام دورة حدية، بيد أن الحركة الآن تسعى إلى حركة دورية ذات دور قيمته ٤، وهذا يعود إلى حدوث تشعب جديد في لحظة ما بين قيمتي الزيادة ٣,٠٥ و ٣,٥ . فكلتا النقطتين اللتين كانتا تحددان الحركة ذات الدور ٢ قد تضاعفتا. فالتشعب الثاني انطوى على مضاعفة الدور حيث إننا انتقلنا من الدور ٢ إلى الدور ٤.



الشكل- ٢٢ تكرار التطبيق اللوجستي (r=3.9). الفوضى.

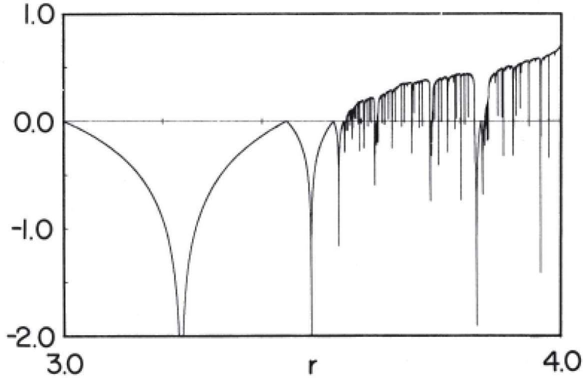
سنقوم الآن بعرض النتائج دون الاسترسال في التعليل، إذ يمكن تأليف كتاب كامل عن الطبيق اللوجستي لوحده! عند ارتفاع الزيادة تدريجياً بدءاً من ٣,٥، ستظهر على التوالي حركة دورية بدور ٨، ثم أخرى بدور ١٦، وهكذا: وهو ما يُسمى شلال من تضاعُفات الدور. تحدث هذه الظاهرة في مجال يقتصر على قيم الزيادة التي ما بين ٣,٥ و ٣,٥٧. ويُصبح الوضع بالغ التعقيد بعد هذه القيمة الأخيرة للزيادة، التي تُعرف بالقيمة الحرجة. فلدى اختيار قيمة زيادة بشكل عشوائي، ثمة احتمال كبير بأن نجد حركة لا تتسم بأي انتظام واضح. يبين الشكل ٢٢ ما يحدث من أجل زيادة قيمتها ٣,٩ بعدد بدءٍ قيمته ٢,٠.

لا توجد هنا على ما يبدو أي حركة دورية أو انتظام من أي نوع. وتؤكد الدراسات النظرية هذه الملاحظة. وهذا ما يقودنا إلى الظن بإمكان الحديث عن الفوضى للتطبيق اللوجستي بقيمة زيادة أعظم من القيمة الحرجة. إلا أننا اعتدنا كون الخاصية الأساسية في الفوضى هي الحساسية للظروف الابتدائية. فماذا عن المثال الراهن؟ (لاحظوا أن الحساسية للظروف الابتدائية غائبة عند النزول دون القيمة الحرجة، و هو أمر يسهل التأكد منه). بدلاً من ٢,٠، لنبدأ من ٠,٢٠١ (أقوم بحساباتي دائماً بـ١٢ خانة عشرية، ولا أقوم بتدوير النتائج إلا لغرض تقديم هذه الأخيرة).

٠	١	٢	٣	٤	٥
٠,٢٠١	٠,٦٣	٠,٩١	٠,٣١	٠,٨٤	٠,٥٤
٦	٧	٨	٩	١٠	١١
٠,٩٧	٠,١١	٠,٤٠	٠,٩٣	٠,٢٤	٠,٧٢

بالمقارنة مع الجدول السابق، نلاحظ فعلاً حساسية للظرف الابتدائي، أي لقيمة لعدد البدء. تأكدنا إذن فعلاً من ظهور الفوضى عند تجاوز الزيادة للقيمة الحرجة، وهذا ما قد يدفعنا إلى استنتاج أن الفوضى تعم عند تجاوز القيمة الحرجة.

لكن الواقع أكثر تعقيداً بكثير. فالحركة الفوضوية تظهر على الأرجح كما سبق أن ذكرنا حين نأخذ بشكل جزائيّ، -كما أسلفنا- زيادة تقع قيمتها في المجال ما بين ٣,٥٧ و ٤. إلا أنه من أجل بعض القيم، لا تزال توجد حركات دورية. ولإلقاء نظرة تركيبية على الخواص الجوهرية للتطبيق اللوجستي في هذه المنطقة المعقدة، يمكن الوقوف عند مقدار معلوم لدينا: زمن ليابونوف Liapounov. في النموذج الراهن، لم يعُد «زمن» النظام الديناميكي المُنفَرِز مقداراً فيزيائياً، وإنما عدداً صحيحاً (رقم عملية التكرار)؛ ومن الملائم هنا تعويض زمن ليابونوف بعكسه المعروف بأس ليابونوف. يمثل الشكل ٢٣ قيمة أس ليابونوف لقيم الزيادة المتراوحة بين ٣ و ٤ (الوضع الرياضي لهذا المنحنى الناتج عن الحساب العددي غير مؤكد، إلا أن ثمة فائدة تعليمية من هذا المنحنى بلا شك). يكون أس ليابونوف سلبياً دون القيمة الحرجة للزيادة: أي إنّ الحركة مستقرة. أما إذا زاد على ٣,٥٧، يصبح الأس بصفة عامة موجباً: هناك تأثر بالظروف الابتدائية، كما في المثال أعلاه. إلا أن في المنحنى بعض التسنّنات: فعند بعض قيم الزيادة، يعود المنحنى مرة أخرى تحت الخط الأفقي الموافق لأس ليابونوف مساوٍ للصفر، وهذا يعني أن الأس سلبي عند هذه القيم، ومن ثم لا توجد حساسية للظروف الابتدائية: أي إنه لا يتعاظم فارق صغير في القيمة الابتدائية بشكل أسي، وإنما يتناقص أسيّاً. بمعنى آخر، نجد حالة الاستقرار مجدداً.



الشكل ٢٣- أس ليابونوف للتطبيق اللوجستي (عمودياً) بدلالة الزيادة (أفقياً). من ٣ إلى ٣,٥٧: استقرار. من ٣,٥٧ إلى ٤: يسود عدم الاستقرار (مستنتخ من جاي. بي. كروتشفيلد، جاي. دي. فارمر، بي. إيه. هابرمان، تأرجحات وديناميكا شواشية بسيطة،

J.P.Crutchfield,
J. D. Farmer, B. A. Huberman, Fluctuations and simple chaotic dynamics,
Physics Reports 92 (1982), fig. 3, p. 53. **بموافقة**
Elsevier Science NL, Sara Burgerstraat 25, 1055 KV) **أمستردام، هولندا.**

ما الذي يمكن استنتاجه من تمارييننا الحسابية في التطبيق اللوجستي؟ إن الخواص التي توصلنا إليها عامة جداً. إنها توجد أولاً في مسائل رياضية أخرى. لنتناول، بدلاً من القطع المكافئ، منحنى آخر أياً كان بشرط أن يكون له الشكل العام نفسه: نتوء وحيد محدب، أي مدور وليس مسطحاً. نجد عندئذ الوقائع الرياضية نفسها: من الممكن أيضاً تعريف الزيادة بحيث يصبح المنحنى مستدقاً بشكل أكبر حين نزيد قيمتها. ونشهد خلال هذه الزيادة تسلسل الأحداث نفسه، إذ يكون هناك في بادئ الأمر نقطة توازن مستقر وحيدة: مهما كانت قيمة عدد البدء، فإن «الحركة» تسعى نحو نقطة التوازن هذه. ثم يتزعزع استقرار نقطة التوازن وتظهر نقطة توازن مستقر أخرى. بعد ذلك، وبعد تجاوز الزيادة قيمة حرجة ثانية، تصبح نقطة التوازن المستقر الجديدة بدورها غير مستقرة، إنما بشكل آخر: فهي تنشطر إلى نقطتين، وأياً كانت قيمة عدد البدء (باستثناء نقط التوازن غير المستقر)، فإن الحركة تسعى نحو حركة دورية ذات دور يساوي ٢؛ وتشكل مجموعة النقطتين التي يحدث بينهما الذهاب والإياب المتواصل جاذباً. وحين يرتفع هذا الحد، ننتقل بالمثل (بانقسام نقطتي الجاذب) إلى حركة دورية ذات دور يساوي ٤، وهلمّ جرا: فهو شلاّل من تضاعُفات الأدوار. يزداد تراصُّ قيم العَتَبة للزيادة، فتزداد اقتراباً من نقطة حدية دون أن تبلغها أبداً (هذا من وجهة نظر رياضية بحتة إذ إننا نعلم أن ثمة فارقاً مفرطاً في الصغر لا تدركه وسائل الحساب العددي). وحين نتجاوز هذه القيمة الحدية، يطرأ تغير جديد، لكنه جذري هذه المرة: فالحركة تصبح فوضىية، فوضوية وذات حساسية لظروف الابتدائية. ولا يبقى داخل المنطقة الفوضوية لقيم الزيادة سوى جزر صغيرة جداً من سمة الدورية.

حين تجتمع على هذا النحو الخواص الرياضية نفسها لصنف كامل

من الحالات، يقال إننا أمام حدث من العمومية (وهو اختيار غير موفق للفظ، لأن عمومي يعني عام بصفة مطلقة في حين أن الأمر في الواقع يتعلق بصنف من التطبيقات حدده صنف من المنحنيات، وهي المنحنيات ذات نتوء مدور وحيد؛ إلا أن سوء استخدام اللغة هو ظاهرة ... عمومية).
إنّ شلاّل تضاعُفات الدور إذن خاصية عمومية. بيد أن هناك المزيد: بافتراض معرفتنا لقيم العتبة للزيادة لأدوار مرتفعة (عمليّاً، يمكن أن تكون ١٦ أو ٣٢ أو حتى ١٢٨ أو ٢٥٦ إلخ...). سبقت الإشارة إلى تراصّ هذه القيم أكثر فأكثر، واقترابها بذلك من قيمة حدية. لنقف قليلاً عند الفوارق بين قيم العتبة المتتالية. لا بد أن تكون متناقصة كما نعلم. إلا أن العلاقة بين فارق ما والذي يليه تقترب هي أيضاً من قيمة حدية. تُعرف هذه القيمة بدلتا فايغنباوم delta de Feigenbaum (على اسم مكتشفه)، وهو عدد معروف بدقة بالغة: دلتا= ٤،٦٦٩ ٢٠١ ٦٠٩.... ما يميز هذا الثابت الرياضي الجديد العمومي هو كونه غير محدد بمعادلة محددة أو هندسة دقيقة (كما هو الحال بالنسبة لـ:P= ٣,١٤٥٩٢٦٥٣ ... على سبيل المثال)؛ إنما يحدده شكل: ألا وهو المنحنيات ذات نتوء مستدير!

تتعلق العمومية الرياضية المتجلية في شلاّل تضاعُفات الدور وفي وجود دلتا فايغنبوم أيضاً بالظواهر الطبيعية. فثمة ظواهر طبيعية بالغة الاختلاف تظهر فيها كذلك الخواص الفوضوية.

الفصل السادس

ظواهر فوضوية

الصنبور الذي يقطر ماءً

قم بفتح صنبور قليلاً بحيث يتسرب الماء منه قطرةً قطرة: راقب تشكل هذه القطرات، وانتفاخها قبل سقوطها. هذا نموذج لظاهرة تصبح فوضوية في نهاية المطاف، وهي من أقرب الظواهر إلى تناولنا. (وقد راقبتها في صنابير مختلفة، ووجدت النموذج الأفضل هو الحالة التي لا يكون فيها للصنبور كمّامة). انفتاح الصنبور يمثل الزيادة (يرجى الاطلاع على التطبيق اللوجستي الموضح في الفصل الخامس). فإذا كان الانفتاح ضئيلاً جداً، وجدنا ظاهرة دورية: تتعاقب القطرات في مدد منتظمة، فهي تتخذ شكلاً وتتضخم ثم تنفصل بالطريقة نفسها. لنقم بزيادة فتح الصنبور قليلاً: نلاحظ انتقالاً في لحظة ما، حيث بدلاً من تعاقب القطرات بانتظام، نجد قطرتين، ويعقب ذلك مدة زمنية أطول، يليها سقوط قطرتين، وهَلُمَّ جرًّا. يشبه هذا الأمر تضاعُف الدور الذي شاهدناه في المثال المجرد الخاص بالتطبيق اللوجستي. لم أتمكن من رصد حالات أخرى لتضاعف الدور، إلا أنه من السهل وِجدان ما يشبه الانتقال إلى الفوضى: فحين نزيد انفراج الصنوبر، تأتي لحظة تنهمر فيها القطرات بوتيرة غير منتظمة. وقد كان علماء الفيزياء مثل روبرت شو Robert Shaw ومعاونيهم أول من تسائل إن كان للصنبور الذي يقطر ماءً أي علاقة بالفوضى: هل تعود هذه الوتيرة غير المنتظمة إلى آثار خارجية (اهتزازات، تيارات هوائية إلخ...)، أم إنها شاهد على الطابع

الفوضوي لهذه الظاهرة؟ للإجابة عن هذا السؤال، نستخدم طريقة تسمح بتحديد الجاذب المحتمل بشكل تقريبي لديناميكية ما انطلاقاً من معطيات تجريبية.

لنسجل أولاً المجالات الزمنية المتتالية االتي تتخلل القطرات: نحصل بذلك على متتالية أعداد (المدد الزمنية مقَدّرة بالثواني)، لكل عدد منها ترتيب محدد، بحيث يكون الرقم ١ لبداية التجربة. لنفترض الآن ترقيم المتتالية بـ ٢ ،٣، ٤،... بدلاً من ١ ،٢، ٣.. نحصل بهذا على متتالية مُزاحة، ويمكننا بدء هذه العملية مجدداً بإزاحة الأعداد بمرتبتين بدلاً من مرتبة واحدة. من هنا يكون بوسعنا رسم سحابة من النقاط في المستوي: بحيث يكون الإحداثي الأفقي الخاص بأول نقطة هو أول عدد في المتتالية «الحقيقية»، ويكون الإحداثي العمودي هو أول عدد في المتتالية المُزاحة بمرتبة واحدة (أي العدد الثاني في المتتالية الحقيقية)؛ وهكذا دواليك. لكننا نستطيع أيضاً تكوين سحابة من النقاط في الفضاء ذي الثلاثة أبعاد: يكفي استخدام المتتالية الحقيقية والمتتالية المزاحة بمرتبة واحدة، وتلك المزاحة بمرتبتين. ولا مانع من حيث المبدأ من الذهاب إلى فضاء ذي أبعاد أكثر من ٣، وإن كان هذا نادراً ما يحدث حسب معرفتي.

تتمثل الجدوى من تمارين التكوين هذه التي قد تبدو جزافية فيما يلي: إذا كان للديناميكية التي ولدت متتالية الأعداد قيد الدراسة (أي ديناميكية القطرات التي تغادر الصنبور في مثالنا) جاذب ضئيل، فستعطي سحابة النقاط في الفضاء ذي البعدين، أو ربما ٣ (أو...) صورة تقريبية لهذا الجاذب. وهذا تماماً ما يحدث في مثال الصنبور، حيث ينبغي أن نضع أنفسنا في فضاء ذي ثلاثة أبعاد: ترسم السحابة بشكل تقريبي جداً منحنى على شكل صنارة، أو بشكل أدق، جاذباً غريباً (نتناول هذا المفهوم لاحقاً).

بتنا الآن أمام مشهد مختلف تماماً عما سبق. فنحن نبدأ هنا بديناميكية معادلاتها الأساسية معلومة (كما هو الحال مع النظام

الشمسي)، أو مسألة رياضية (كما هو حال التطبيق اللوجستي). انطلاقاً من مُعطيات تجريبية، يُطرح السؤال التالي: هل هي ناجمة عن ديناميكية فوضوية؟ هذا الأسلوب في مقاربة المسألة شائع في دراسة الأنظمة المبددة. وقد يفاجأ المرء عند اكتشاف خاصية جوهرية في ديناميكية الظاهرة قيد الدراسة (وجود جاذب) انطلاقاً من قياس وتسجيل متغير واحد (المجال الزمني الفاصل بين قطرتين متتاليتين). انبعاث قطرات الماء في الواقع ظاهرة دينمائية hydrodynamique معقدة، يتطلب وصفها الاستعانة بمتغيرات تصف شكل القطرة بدلالة الزمن، إلخ. بيد أن تفاعل المتغيرات، كما شاهد القائمون بهذه الدراسة (يرجى الاطلاع على مقال جاي. كراتشفيلد J. Crutchfield وآخرين مذكورين في قائمة المراجع)، تتجلى في كيفية سير هذه الظاهرة، أي في القيم المتتالية لكل متغير. من هنا يمكن تصور أن معالجة القيم المتتالية للمتغير الواحد وكأنها متغيرات مستقلة، تمكّننا من إعادة تركيب الديناميكية الإجمالية.

على صعيد آخر، كنا قد طرحنا السؤال التالي: هل يعود عدم انتظام هذه الظاهرة إلى اضطرابات خارجية؟ فإن كان الأمر كذلك، فإنّ سحابة النقاط التي تحدثنا عنها لن ترسم شكلاً مميزاً بل شكلاً عشوائياً. وكونها ترسم شكلاً ما يوحي بأن عدم الانتظام هذا يعود إلى الديناميكية الكامنة في الظاهرة، التي هي فوضوية، من أجل بعض قيم العامل المتغير الذي يقوم بدور الزيادة (فتح الصنبور).

لورنز والفوضى في علم الأرصاد الجوية

تعد ظواهر الطقس مثالاً نموذجياً لهذ الإشكال. لذا، فلا غرابة (من جانب علماء الفيزياء) في أن يكون عالم أرصاد جوية، وهو إدوارد لورنز Edward Lorenz (من جانب علماء الفيزياء) هو الذي أعاد اكتشاف الفوضى (نقول إنه أعاد اكتشافه نظراً لكون بوانكاريه هو من

خطا الخطوات الحاسمة في هذا المجال منذ زمن بعيد). وقد نُشر المقال الذي أُعلن فيه نتائجه في عام ١٩٦٣ في مجلة متخصصة في علم الأرصاد الجوية، ومضت سنوات قبل أن تُدرَك أهميتها –سواء بالنسبة إلى علم الأرصاد الجوية أو بالنسبة إلى علم الفيزياء عموماً.

كان لورنز يقوم بدراسة ما يُعرف بعلم الأرصاد الجوية الديناميكية: السعي إلى تفسير ظواهر الطقس بواسطة قوانين الفيزياء الأساسية (والمتمثلة في معادلات ديناميكا الموائع والديناميكا الحرارية). وكان لورنز قد طوّر نموذجاً بسيطاً بما فيه الكفاية لإيجاد حلول مقارِبة للنموذج بواسطة الحساب العددي (على الحاسوب) ومعقداً في الوقت نفسه بما فيه الكفاية بحيث لا يلغي بشكل مجحف تعقيد المسائل الفيزيائية التي يطرحها علم الأرصاد الجوية. وقد انبثق النموذج عن دراسة للغلاف الجوي فوق أرض منبسطة حارة جداً. وإننا لنعلم أنّ التسخين من أسفل، في مثل هذه الحالة، يُحدث اضطرابات. وبدلاً من المتغيرات الفيزيائية في الغلاف الجوي الحقيقي (الضغط، سرعة الرياح، إلخ.. بدلالة الفضاء والزمن)، لم يبق إلا ثلاثة مقادير مجردة بدلالة الزمن. وكان تطور هذه المتغيرات الثلاثة بدلالة الزمن (ولتكن x،y،z) موصوفة بثلاث معادلات يحُلُّها لورنز بالحساب العددي التقريبي. وكانت الحواسيب في أوائل الستينيات أبطأ بكثير ممّا هي عليه اليوم، إلا أن حسابات لورنز كانت تقدم إجابات شبيهة لظواهر الأرصاد الجوية على نحو يكفي لإثارة الاهتمام بمتابعتها. ويروي غليك Gleick في كتابه المذكور في آخر الكتاب بقية الحكاية. ففي يوم من الأيام، أراد لورنز تناول التطور الذي كان قد سبق أن حسبه، من أجل دراسته على مدى زمني أطول، فقرر البدء من منتصف الدور الذي استخدمه في القيام بحسابه السابق. كانت قيم المقادير الثلاثة x،y،z في منتصف هذا الدور ستشكل الظروف الابتدائية لمسار طور جديد يحدده الحاسوب بالوسائل المعتادة. وبعد إدخال بيانات هذه الظروف الابتدائية في الحاسوب، ذهب لورنز لتناول القهوة. كان

لورنز يعلم أن شيئاً جديداً لن يحدث خلال النصف الأول من المدة التي يستغرقها الحساب. كان يعلم ذلك، أو بالأحرى، كان يظن أنه يعلم. إذ إنه حين عاد إلى الجهاز، لاحظ أن مسار الطور الذي حصل عليه الحاسوب كان يبتعد بشكل واضح عن المسار السابق.

هل كان الأمر يتعلق بعطل في البرنامج أو الحاسوب؟ سرعان ما استبعد لورنز هذا النوع من التفسير. فما حصل كان بلا شك مثيراً للاهتمام إلى حد أبعد بكثير! كانت ذاكرة الحاسوب تحفظ ٦ أعداد بعد الفاصلة، وإن لم يطبع سوى ثلاثة. فقام لورنز بنسخ الأرقام ذات الثلاث خانات عشرية، وهو على قناعة بأنه يرتكب خطأ يمكن التغاضي عنه (من رتبة الواحد من الألف) ، أو بالأحرى، خطأ فيزيائياً مقبولاً لأنه يعد في سياق عدم اليقين في قياس الأرصاد الجوية. كان تحليله مبرراً، ولكن... القارئ على علم مسبق بما سيقرأه الآن، فهو أعلم مما كان لورنز في ذلك الوقت (ويعود الفضل في ذلك للورنز بالطبع!). ذلك أن الديناميكا المبسطة التي كان بطلنا عاكفاً على دراستها كانت حساسة للظروف الابتدائية. فالتغيير البسيط في الظروف الابتدائية الناجم عن «خطأ تقريب» البيانات، تنامى بشكل أُسي مع الزمن؛ وكان زمن ليابونوف قصيراً بشكل يكفي لتباعد مساري الطور القديم والجديد ببالغ السرعة.

في عام ١٩٧٢، عرض لورنز على «الجمعية الأمريكية لتقدم العلوم» نصاً موجزاً بعنوان: قابلية التنبؤ: هل يمكن لرفرفة جناح فراشة في البرازيل إحداث إعصار في تكساس؟ لا بد هنا من التنويه على الهامش إلى أن هذا العنوان لم يكن أكثر من طُرفة، وكثيراً ما يؤخذ لفظ الفراشة بمعناه الحرفي. في حال عدم الاستقرار، يمكن لكل اضطراب صغير أن يحدث آثاراً متنامية بشكل أُسي. فليس من الحكمة من ثَمَّ عزل إحدى هذه الاضطرابات ونسب التغيير اللاحق إليها.

وقد ترجم لورنز منذ البدء عنوان مقاله إلى لغة ذات دلالة: هل يعد سلوك الغلاف الجوي غير مستقر إذا ما قيس بالاضطرابات الصغيرة

السعة؟ تتعذر الإجابة عن هذا السؤال بشكل قاطع، يمضي لورنز قائلاً، إلا أن تجربة الحسابات على الحواسيب تشير بشكل كبير إلى وجود حالة عدم الاستقرار فعلاً. بشكل أدقّ، فإنّ هذه الفوارق تتنامى في البنية التقريبية للغلاف الجوي- أي تلك التي ترصدها محطات الأرصاد الجوية- مع زمن ليابونوف المقدّر بنحو ٤ أيام؛ أما الفروق الصغيرة (كموقع كل سحابة)، فتتنامى مع زمن ليابونوف الذي يقاس بالساعات على الأكثر. كما أنه من المرجح أنّ الفروق في البنية الدقيقة، حين تتنامى بما فيه الكفاية، ستؤثر في نهاية المطاف على البنية التقريبية. لقد أوردت هنا إجابات باتت الآن قديمة (وربما تمّ تجاوزها أيضاً) لأنها تعطي فكرة عن المسافة الفاصلة بين المفاهيم الرياضية (عدم الاستقرار، زمن ليابونوف، ...) وبين تطبيقها في حالات واقعية مساوية في درجة تعقيدها لتلك التي يبحث فيها علم الأرصاد الجوية.

ما هو الحال اليوم؟ إن الطابع الفوضوي لديناميكية الغلاف الجوي بات مقبولاً بشكل عام. كما أنّ ثمة اتفاقاً أيضاً على تقويم آفاق أقصى حد ممكن من قابلية التنبؤ في ضوء ما نعرفه الآن حتى بحوالي أسبوعين. فالمسألة هنا تتعلق بحد أقصى نظري؛ أما على صعيد الواقع فتتراوح التوقعات الراهنة بين ثلاثة وخمسة أيام. كما أن بوسعنا الذهاب إلى أبعد من ذلك، ولكن بتغيير الطريقة: فما وراء آفاق قابلية التنبؤ، يغدو علم التحريك المجرد عاجزاً تماماً، إلا أننا نستطيع جمعه بالانتظام الإحصائي المشاهد في الميدان التجريبي. (مثال عن الانتظام الإحصائي: متوسط درجة الحرارة في شهر يوليو القادم في منطقة بورغون Bourgogne في فرنسا ستكون بالتأكيد أعلى مما ستكون في شهر ديسمبر). هذا المثال البالغ السهولة لا يفي بحقّ طريقة الجمع بين أسلوبين طبعاً.

هناك مسألة لا يبدو أنها حُلّت إلى الآن، وهي تتعلق بمعرفة ما إذا كان للديناميكية الجوية جاذب ذو بعد غير كبير جداً. إن كان الأمر كذلك، فسيتيح الطابع الفوضوي لهذه الديناميكية أوجه تبسيط مفيدة.

لنعد إلى عمل لورنز على المعادلات الثلاث، أي النموذج المبسط بشكل كبير لديناميكية الغلاف الجوي. فقد توصل إلى حلول لهذه المعادلات، أي مسارات طور. يجدر التذكير في هذا الصدد بأننا لم نعد في ميدان التحريك الهاميلتوني الذي استفضنا بالحديث عنه في الفصول الأربعة الأولى، وإنما نحن الآن في علم التحريك الأعمّ للأنظمة المبددة؛ ففضاء الطور في مثال معادلات لورنز الثلاث هو فضاء بـ٣ أبعاد، بإحداثيات x،y،z. ويكون مسار الطور معرَّفاً إذا علمنا قيم x،y،z بدلالة الزمن.

بتمثيل إحدى هذه المتغيرات بيانياً، وليكن x مثلاً، بدلالة الزمن، لاحظ لورنز أنه يمكن تحليل التطور الزمني لهذا المتغير كما يلي: يتأرجح x حول قيمة معينة A، بسعة متنامية؛ وحين تصبح السعة كبيرة بشكل مفرط، يحدث انتقال، ويبدأ x بالتذبذب حول قيمة B بسعة متنامية؛ وبالطريقة نفسها، حين يصبح التذبذب حول B مفرطاً، فسيترك المجال للّذي حول A، وهلمَّ جرّا. إنّ أبرز خواصّ هذا المكوك هو عدم انتظامه: فأعداد الذبذبات المتتالية حول A و B غير ثابتة ولا تتبع أي قاعدة بسيطة. فهي تحمل كلها خواص متتالية عشوائية من الأعداد، أي متتالية من الأعداد المختارة عن طريق القرعة وفق آلية مناسبة. (في أقصى تبسيط، يمكن مثلاً اختيار كل ذبذبة برمي العملة: فيكون أحد وجهيها A والآخر B). نجد مجدداً، وإن كان في ظروف مختلفة، ظاهرة سبق أن صادفتنا لدى دراسة الأنظمة الهاميلتونية: إنّ نظام لورنز ذي الثلاث معادلات يتسم بالحتمية، بمعنى أنه لا يوجد سوى حل ممكن واحد لقيم ابتدائية معينة x،y،z، أي إنه لا يوجد سوى تطور واحد ممكن لـ x،y،z خلال الزمن. على الرغم من ذلك، يبدي هذا التطور خواص عشوائية، كتلك التي نجدها حين نستعمل القرعة.

يمكن أيضاً تصور هذا المكوك بين قيم A و B، الذي يمكن تفسيره كموضعي توازن غير مستقر، بشكل أكثر إثارة للاهتمام إذا ما وقفنا عند

مسارات الطور ذاتها، إذ تنطوي الديناميكية التي قام لورنز بدراستها على جاذب: بعد مرور مرحلة انتقالية، يوجد كل مسار على مجموع نقط ذات بعدين، أي عدد أبعاد أقل من عدد أبعاد الفضاء. (من منظور رياضي، هذه المسارات تقاربية فقط بالنسبة إلى الجاذب أي إنها تتجه نحوه حين يتجه الزمن إلى مالا نهاية، إلا أن المرحلة العابرة على الصعيد العملي قصيرة المُدة، ويكون المسار بعد ذلك على الجاذب بتقريب جيد). ينقسم الجاذب إلى فصين أشبه ما يكونان بجناحي فراشة، ويُعَدّ المكوك المذكور أعلاه مطابقاً لذهاب وإياب بين هذين الفصين. وإذا حاولنا تمثيل ذلك بمنحنى في الفضاء ذي الثلاثة أبعاد له سلوك من هذا القبيل، فسرعان ما ندرك صعوبة الأمر: إذ يجب ألا ننسى أن هذا المنحنى هو في الواقع مسار طور، ويجب من ثم ألا يقطع نفسه أبداً. (أما في الحالة المعاكسة، وباختيار نقطة تقاطع المنحنى ظرفاً ابتدائياً، نحصل على مساري طور ممكنين منبثقين من هذه النقطة، وهذا ما يناقض الحتمية الرياضية). ويزاد الأمر صعوبة إذا علمنا أنّ الجاذب لا يحمل مساراً واحداً، وإنما يحمل كل المسارات (بالتقريب المذكور آنفاً). وتكمن هذه الصعوبة في أن الجاذب ليس مساحة موثوقة ذات بعدين في الفضاء ذي الثلاثة أبعاد، بل إنّ الأحرى تمثيله بكائن مورَّق ينطوي على عدد لا متناه من الأوراق. إنّ أبسط مثال على هذا الكائن المورق هو الكتاب، ومن أجل وصف بنيته، ننظر إلى شريحة منه: فهي بسيطة وذات صفحات تتساوى المسافة بينها. لكنّ شريحة جاذب لورنز أكثر تعقيداً، وهو ما يسمى مجموعة كانتور ensemble de Cantor. يتطلب تعريف مجموعة من هذا النوع البدء بقطعةِ مستقيم نقسمها إلى ٣ أثلاث، ثم نحذف الثلث الأوسط (وهو قطعة، نحذفها دون حذف أطرافها). نكرر العملية نفسها على كل من الثلثين المتبقيين: أي إننا نحذف القطعة الوسطى، وهلمَّ جرّا، أي إننا نفعل ذلك عدداً لا متناهياً من المرات! المتبقي هو ما يعرف بمجموعة كانتور. ربما لا يكون القارئ قد «رأى» جاذب لورنز، لكني آمل على الأقل أن يكون

قد أدرك أنه كائن رياضي ذو بنية معقدة تتحدى الحدس الهندسي العادي. (لوصفه بشكل أكثر عمقاً، ينبغي اللجوء إلى مفهوم البعد التكسيري dimension fractale الذي طرحه بونوا ماندلبرو Benoît Mandelbrot.) ولتحديد مثل هذا الجاذب، اقترح كل من رويل (Ruelle) و تاكنز (Takens) مفهوم الجاذب الغريب.

الاضطراب

من المجدي هنا العودة إلى الصنبور الذي سبق أن انشغلنا به. فإذا فتحناه الآن بقدر أكبر، أطلق سيلاً مستمراً من الماء. يبدو جريان الماء هادئاً كجريان النهر، بشرط ألا يكون النهر في حالة فيضان أو تيار جبلي جارفٍ! في حال السيلان الهادئ، تجري خيوط الماء بالتوازي فيما بينها، ولو استطعنا تجليتها بواسطة ملِّون مناسب، لرأينا خطوطاً شبه مستقيمة، قليلة الانحناء. يقال حينئذ أن التدفق صفحي.

لنقم الآن بفتح الصنبور بشكل أكبر. في لحظة ما، يحدث تحول لافت للنظر: يفقد سيل الماء طابعه الهادئ ويتخذ شكلاً متغيراً ومضطرباً. في حال مجرى مائي، ينطبق هذا النوع من الجريان على الدوّامات، ويقال إن الجريان مضطرب.

مازال الاضطراب من مسائل الفيزياء التي لم تحل بعد، وربما كان أقدمها، على الرغم من الجهود الهائلة التي بُذلت من قِبل أجيال متعاقبة من علماء الفيزياء والرياضيات. فهو ظاهرة تحمل على ما يبدو طابعاً عشوائياً، في حين أن معادلات الدينمائية التي يخضع لها جريان الموائع هي ذات طابع حتمي حسب ما نظن. وقد اقترح عالم الفيزياء ليف لاندو Lev Landau في عام ١٩٤٤ مبدأً لنظرية الاضطراب، حيث اقترح البدء بالجريان الصفحي ثم زيادة سرعته. في لحظة ما، تظهر في السائل ذبذبة بتردد محدد. إذا استمرت السرعة في الزيادة، سنلاحظ ظهور ذبذبة

أخرى، بتردد غير متناسب مع تردد الذبذبة الأولى. وعلى هذا المنوال: فستظهر ذبذبات جديدة من أجل قيم متقاربة بشكل أكبر فأكبر للسرعة، وتبقى ترددات الذبذبات غير متناسبة مع بعضها. وفق هذه النظرية، يكون الاضطراب إذن حركة شبه دورية متفاوتة التعقيد. وقد يبدو هذا الوصف البسيط مقبولاً لأول وهلة في مجمله: حال حدوث ٣ أو ٤ ذبذبات، يبدو ثمة انتقال إلى حالة الاضطراب؛ وحين يصبح عدد الذبذبات كبيراً (عدداً لا متناهياً نظرياً) يصبح الأمر أشبه بحالة اضطراب كاملة.

بيد أنه ليس من المؤكد أن تكون مسألة الاضطراب قد حُلت بالفعل، ففي عام ١٩٧٠، ومن وحي أفكار رينيه توم René Thom ونتائج أبحاث سمال Smale وغيرهما من علماء الرياضيات، طرح الفيزيائيان الرياضياتيان ديفيد رويل David Ruelle وفلوريس تاكينز Floris Takens مقاربة مختلفة. فقد أكدا أولاً على أن الاضطراب هو ظاهرة مبددة بامتياز، مضيفين أن لاندو لم يأخذ هذه الحقيقة الجوهرية في الحسبان، وأنه لا يكون للنظام المبدد بصفة عامة حركات شبه دورية. كما تفرط نظرية لاندو في طابعها الرياضي الاستثنائي، أي غير العام على حد قول علماء الرياضيات، بمعنى أنه إذا خضع نظام ديناميكي محدد ما (الذي يَحسُن ان نذكّر بأنه كائن رياضي) لرسم لاندو، فإن الأنظمة الديناميكية ذات التعريف الذي يكاد يكون مماثلاً ستكون ذات خواص مختلفة تماماً. نقول أيضاً في هذه الحالة أنّ رسم لاندو غير مستقر بنيوياً.

لنتناول مجدداً سيناريو لاندو. تحدث أول ذبذبة: لا اعتراض لدى رويل وتاكنس على ذلك. ثُم تحدث ذبذبة أخرى، فتصبح الحركة شبه دورية. ينوه عالمانا هنا بكون هذا الوضع غير مستقر بنيوياً؛ فلحظة حدوث اضطرابات مهما كانت صغيرة، يحدث انتقال من حركة شبه دورية إلى ذبذبة بتردد وحيد تقع قيمته كحل وسط بين قيمتَي ترددَي البداية؛ وهو ما يُعرف بالدخول في اشتباك الترددات، وهو مفهوم معروف لدى فنيي الراديو منذ أمد بعيد. بيد أن الحدث الأعظم يقع مع الذبذبة الثالثة: فهنا

تؤدي الاضطرابات الصغيرة إلى ظهور جاذب لا ينتمي إلى أي صنف: فهو جاذب غريب!

لم يدَّع رويل و تاكينس حل مسألة الاضطراب التي تنطوي على أوجه مختلفة عديدة. وقد لفتا هما بالذات النظر إلى أن عملهما لم يراع الخواص الملموسة لمعادلات حركة المائع اللزج، إلا أن نقدهما للاندو واقتراحهما بأخذ الجواذب الغريبة في الحسبان كان ذا تأثير كبير. كما دحضت قياسات دقيقة للحركة المضطربة لمائع بين اسطوانتين دائرتين رسم لاندو وأثبتت جانباً جوهرياً من رسم رويل-تاكينس.

تأسف

قد أهمل عرضي المفرط في إيجازه صُعُداً كاملة من هذا المضموم الوافر والفوضوي المصنّف تحت عنوان «الفوضى». إن التطبيق اللوجستي ليس فقط كائناً رياضياً؛ وإنما فهم يُستخدم لبحث بعض الظواهر البيئية مثل تطور مجموعة من الحيوانات ذات المصادر الغذائية المحدودة.

كما تبدي بعض أوجه الحركة الأحيائية (نبضات القلب على سبيل المثال) في ظروف محددة بعض الصفات الفوضوية.

وقد أثبتت العديد من تجارب الفيزياء والكيمياء ظواهر ذات طابع فوضوي، وبخاصة في المجالات التالية: الصوتيات والبصريات (الليزر) والتفاعلات الكيميائية وفيزياء المواد الصُّلبة والجيوفيزياء وفيزياء الذرات والجزيئات. ولا يمكن لعلم التحريك الكلاسيكي في هذا المجال الأخير إلا أن يكون ذا دور تقريبي: فهنا يأتي دور ميكانيكا الكم. بيد أن للوصف الكلاسيكي في الكثير من الأحيان قدرا كبيرا من الدلالة والأهمية. ذلك أنّ الآثار الكمية تخفف بشكل ما الظواهر الفوضوية، وهذا ما برر القول إن فيزياء الكم أكثر حتمية من الفيزياء الكلاسيكية!

الفصل السابع

خواطر

تحول حاسم

يطبع الفوضى حقبة جديدة من تاريخ الفيزياء والتخصصات القريبة منها، ولا سيما الفلك. في عام ١٩٨٦، وفي بحث عنوانه «إخفاق قابلية التنبؤ المُقر به مؤخراً في علم التحريك النيوتني»، أوضح خبير ديناميكا الموائع السير جيمس لايتهيل Sir James Lighthill أن لابلاس Laplace ساهم بشكل كبير في نشر الاعتقاد العام بقابلية التنبؤ التامة بالأنظمة الخاضعة لقوانين نيوتن– أي، بمعنى آخر، بحتمية الكون الميكانيكي. ويضيف لايتهيل أننا، «نحن خبراء علم التحريك، ندرك جيداً اليوم حقيقة أن حماسة أسلافنا للنجاحات الرائعة لعلم التحريك النيوتني حملتهم في مجال قابلية التنبؤ على القيام بتعميمات كنا نعدها بصفة عامة صحيحة قبل ١٩٦٠، ولكننا بتنا اليوم نُقر بأنها خاطئة. نرغب في تقديم اعتذار جماعي لقيامنا باستمالة الجمهور المطّلع إلى الخطأ بنشر أفكار تتعلق بحتمية الأنظمة التابعة لقوانين نيوتن للحركة، كان لا بد من دحضها بعد عام ١٩٦٠.»

لا بد من تقدير صراحة هذه المبادرة الفردية العامة والجلية في نقد الذات، التي تندر في محيط العلماء. كما ينبغي التنويه بمصطلح «التعميمات». إنّ اكتشافات بوانكاريه وخلفائه لم تشكك في جوهر علم التحريك النيوتني، وإنما في نطاق بعض الاستنتاجات التي استطعنا التوصل إليها. كان ثمة اعتقاد بأنه يمكن إلى حد ما تعميم خواص مسألة الجسمين على جميع المسائل الميكانيكية والفيزيائية. وبصفة خاصة، كان يسود اعتقاد

ببداهة كون جميع حلول هذه المسألة مسارات أطوار منتظمة، ولم يكن من السهل ظهور مفهوم المسار العشوائي. سنعود إلى هذه النقطة لاحقاً.

هل تمثل الفوضى ثورة علمية؟ إن استخدام هذا التعبير المبتذل إلى حد ما ليس من قبيل المبالغة، ولاسيما إذا نظرنا إلى سيادة الأحكام المسبقة التي أُعيد النظر فيها كنتيجة للفوضى وإلى حداثة المفاهيم التي ظهرت. لنستمع إلى لابلاس في بحثه «مقالة فلسفية بشأن الاحتمالات» Essai philosophique sur les probabilités:

«إن الانتظام الذي يظهره لنا علم الفلك في حركة المذنبات قائم، دون أدنى شك، في جميع الظواهر. فالمنحنى الذي يصفه جزيء بسيط من الهواء أو البخار مضبوط بشكل مؤكد مثل مسارات الكواكب تماماً: لا فرق بينها إلا فيما يوجده جهلنا» (التشديد هنا هو من قبلي شخصياً).

إنّ هذا التحول الذي يكاد يكون سحرياً من الجهل الراهن إلى اليقين المتوقع ليس صفة مميزة للفكر اللابلاسي، بل هو بالأحرى من ثوابت تاريخ الفكر الغربي. فلطالما كانت الفيزياء، منذ بداياتها (في العصور القديمة والقرن السابع عشر)، شديدة الارتباط بالميتافيزيقا. ولا داعي هنا للأسف على ذلك، فلولا هذا الترابط لكان استُبعد مصدر إلهام بالغ الخصوبة. بيد أن للميتافيزيقا أخطارها أيضاً، فهي لا تسعى دوماً، على الأقل في أكثر تياراتها تأثيراً، إلى التعميم فحسب، بل إلى العولمة أيضاً. وإنه ليصعب عليها قبول الطابع المناطقي لنصوص الفيزياء (أقصد هنا حقيقةَ أنَّ لمفاهيم ونظريات الفيزياء مجالَ صحّةٍ محدوداً بوجه عام. فقد اكتشفت النسبية ونظرية الكم حدين مختلفين لمجال صحة علم التحريك النيوتني). فكثيراً ما يكون علماء الفيزياء في الواقع علماء ميتافيزيقيين غير دارين بأنفسهم. فالفيزياء، في لحظة ما، مزيج معقد من تصورات راسخة وتعميمات وتسلسلات هرمية هشة. إنّ معارفنا لا تستوي، بل لكل منها وزن، فبعضها يعد مهماً، في حين يعد بعضها الآخر غير ذي أهمية. وحتى حقبة الستينيات أو السبعينيات، كان ثمة إجماع ضمني على أهمية

الحتمية، بينما الحساسية للظروف الابتدائية (المعروفة منذ القرن التاسع عشر) لم تكن كذلك؛ كما كانت تعد الأنظمة القابلة للتكامل ذات أهمية، بينما لم تكن تعد تعقيدات مسألة الأجسام الثلاثة (المعروفة منذ عهد بوانكاريه) مثيرة للاهتمام. لقد سمحت الفوضى بإعادة النظر في الكثير من هذه التعميمات، كما أطاحت ببعض هذه التسلسلات الهرمية. فقد جعلت بعض الظواهر - التي كانت تعد حتى ذلك الوقت مجرد ضجيج بسيط ينبغي التخلص منه أو تركه جانباً - ذات أهمية.

ظن العلماء والفلاسفة، الثملون بالنجاحات الهائلة التي حققها نيوتن وخلفاؤه، أنه يمكن إقامة كل العلوم على النموذج الذي نشره أتباع نيوتن (فلا يزال اليوم الكثير من الناس من مختلف العلوم الإنسانية وحتى العلوم الأحيائية يؤمنون بشكل قاطع بعمومية الفيزياء، وإن استبدلوا الفوضى بالساعة النيوتنية...). وكانت الأحداث التي لا تتفق مع هذا السيناريو البالغ الجاذبية تلغى بكل بساطة، وقد رأينا ذلك فيما يتعلق بالنيازك التي كانت تعد لزمن طويل ضرب من المعتقدات الشعبية المسبقة. إلا أن هناك أمثلة أخرى. ففي عام ١٩٢٧، لاحظ بالثاسار فان دير بول Balthasar van der Pol، أحد رواد دراسة الذبذبات الكهربائية ظواهر فوضوية، فذكر فيما نُشِر وجود «ضجيج غير منتظم» غير أنه أضاف مباشرة بعد ذلك: «إلا أننا هنا بصدد ظاهرة هامشية».

لا مفر بلا شك، عند كل مرحلة من تطور علم ما، من اعتبار الظواهر التي لا تخرج عن نطاق قدرات الإدراك في تلك المرحلة فقط. لكن المرء يتمنى استخراج الدروس من الإفراط في «النيوتنية». ينبغي أولاً عدم نفي حقيقة وجود ظواهر عصية على الفهم (على أن يكون وجودها قد تأكد بشكل راسخ بالطبع). لكن الأهم من ذلك هو الكف عن الاستسلام لحمى التعميم التي أظهر لنا لابلاس أمثلة مدهشة عليها. أو علينا بالأحرى، مع الاعتراف بخصوبة فوائد التعميم غالباً، إدراك خاصيته الفرضية جيداً. علينا أن نتذكر دوماً مقولة لابلاس: «دون أدنى شك»!

يعيد بروز ظاهرة الفوضى مجدداً التأكيد على الطبيعة المحافظة للثورات العلمية. فمن المفارقات أن تكشف ثورات القرن العشرين الطابع النهائي للفيزياء الكلاسيكية لنيوتن ومن تلاه: فلا النسبية ولا ميكانيكا الكم تلغيها أو تهدمها، وإنما تثبتان بعض حدود نطاق سريان هذه الفيزياء. ولا يقوض الفوضى من جهته سوى التعميمات التعسفية. فهو يحذرنا من خطر «عبادة» البساطة أو الاتساق. فقد كان هناك قول قديم مأثور يجعل من البساطة دلالة على الصحة. بتنا نحن علماء الفيزياء اليوم أكثر استيعاباً لما أدركه مفكرو البشرية منذ زمن قصير: (ولا يقصد هنا باعة «الأورفيبيتان» ، بل أولئك الذين نظروا وتفكروا حقاً): هناك بلا شك جزر من البساطة، إلا أنها تبقى جزراً في محيط من التعقيد.

تنبيه

مع كل ذلك، وجب التحذير. فالفوضى كانت ولا تزال تسفر عن ضروب من الهذيان. فقد رأينا مؤخراً أشخاصاً نافذين يطنبون عشوائياً بشأن فراشة لورنز، ويجزمون أن العقود الثلاثة الأخيرة غيرت طبيعة المنطق العلمي ذاته. بوسع قارئ هذا الكتيب الحكم النزيه على هذا الكلام. فما تمكّنت الفوضى من إعادة النظر في تقويم بعض الأحكام المسبقة إلا باستنادها إلى مكاسب ثلاثة أو أربعة قرون من الرياضيات والفيزياء. ذلك أنه لولا الديناميكا النيوتنية والحساب التفاضلي لنيوتن ولايبنيتز Leibniz، ولولا الطوبولوجيا وسائر فتوحات رياضيات القرن العشرين، لما كانت الفوضى.

مبدأ الهذيان بشأن الفوضى بالغ البساطة: هو الجزم بأن كل شيء فوضى. إلا أننا رأينا أنه إذا كان لغالب الأنظمة الديناميكية مسارات

(١) ملاحظة من المترجم: الأورفيبيتان Orviétan مركب طبي شاع استخدامه في القرنين السابع عشر والثامن عشر، يستخدم كترياق لمختلف أنواع السموم.

فوضوية، فلها أيضاً مسارات منتظمة، ويتفاوت حجم جزر الاستقرار حسب قيمة الطاقة أو الزيادة. هذا فيما يخص الرياضيات؛ أما في الفيزياء، فالأمر أكثر تعقيداً، لأن المسارات الفوضوية من المنظور الرياضي قد تكون مستقرة من المنظور الفيزيائي: هو الاستقرار الهامشي الذي صادفناه بخصوص النظام الشمسي. يدحض بحثنا كله فكرة فوضى يفجر صرح الميكانيكا والفيزياء الكلاسيكية. بل هو على النقيض من ذلك تعديل واكتشاف لحدود صحة بعض المفاهيم مثل الحتمية. لم تقوض النسبية وميكانيكا الكم علم التحريك الكلاسيكي؛ وكذلك الفوضى التي لم تزد على ذلك شيئاً. إنما استطاع –بفضل تحريرها من جزمية لابلاس– إظهار حدود الأعمال الكلاسيكية (بما في ذلك أعمال لابلاس) وسمتها النهائية في آن واحد. ستشرق الشمس غداً، هذا مؤكد.

الحتمية: معانٍ أربعة للكلمة

تُخضع الفوضى الحتمية لإعادة النظر، ولكن ما الحتمية؟ لهذا المصطلح معان عدة ينبغي التمييز بينها وإن كانت مترابطة. لنميز منها أربعة معانٍ أساسية تجيب عن أربعة أسئلة. هل يتحدد مسار الطور لنظام ديناميكي بتوفر معرفة إحدى نقاطه؟ هل يتحدد التطور المستقبلي لكائن فيزيائي بحالته الراهنة؟ هل يتحدد مصير المرء بموروثه الجيني وأصله الاجتماعي؟ هل المستقبل مكتوب؟

يجدر التذكير مجدداً بأن النظام الديناميكي كائن رياضي. في معظم الحالات ذات الأهمية على الصعيد العملي، تعد فرضيات مبرهنة الوجود والوحدانية مؤكدة، و يمكننا من هنا الجزم بأن توفر معرفة نقطة ما من مسار الطور تحدد هذا المسار. لزمن طويل، ظلت هذه الخاصية الرياضية تترجم دون حذر إلى لغة الفيزياء: كان الاعتقاد السائد أن معرفة الظروف الابتدائية تسمح بالتنبؤ ببقية الحركة (ممثلة بجزء مسار الطور المتعلق

بأزمنة لاحقة للحظة التي يقع عليها الاختيار لتكون لحظة البدء). وما زلنا نصف إلى اليوم، وفي كثير من الأحيان، النظام الديناميكي ذي المسارات المحددة بتوافر معرفة نقطة واحدة، بالحتمية. ثمة إرث من الحقبة النيوتنية ينبغي اليوم، من وجهة نظري، اعتباره خطأ في التصنيف: فنحن نستخدم دون حذر لغة الفيزياء لتعيين حدث رياضي. ومع مراعاة ما تقدم ذكره، وبسبب غياب خيار أفضل، سنلجأ إلى استخدام تعبير الحتمية الرياضية لوصف الخاصية محل الاهتمام.

أمّا المعنى الثاني للحتمية، فهو معنى فيزيائي يشير إلى خاصية تتمتع بها بعض الكائنات الفيزيائية، في بعض أوجه حركتها على الأقل، وبالنسبة لبعض المقاييس الزمنية: تحدد الظروف الابتدائية حركتها المستقبلية التي يمكن بالتالي توقعها إذا عُرفت هذه الظروف. هذا ما يُعرف بالحتمية الفيزيائية. وقد سبق أن ناقشناها كثيراً، وسنعود إليها من منظور أكثر عمومية.

إلا أنه يمكن فهم الحتمية بمعنى ثالث أعم: وهو وجود قوانين طبيعية. فقد يكون هذا المفهوم البالغ القدم من وحي عودة الفصول وانتظام الظواهر الفلكية. إذا قصدنا من الحتمية هذا المعنى، يمكن حينئذ القول، كما يفعل منذ زمن طويل مختلف ممثلي ومعلقي المشهد العلمي، إن الحتمية شرط إمكانٍ للعلوم الطبيعية. لكن خطر اللبس هنا مع الحتمية الفيزيائية وكذلك القدرية (أنظر أدناه) عظيم بحيث يفضل الحديث عن السببية. وفي هذا السياق، يمكن العودة إلى ما كتبه هاسيرل Husserl في عام ١٩٣٦ (الملحق الرابع من أزمة العلوم الأوروبية):

« السببية، أي اعتماد كل ما يصيب شيئاً ما على محيطه، وعلى الطبيعة بمجملها في نهاية المطاف، هو جزء مسبق من فكرة الطبيعة، بمفهوم طبيعة علم الطبيعة الرياضي. (...) «السببية»، لا تعني حساباً أحادياً من منظور الفيزياء الكلاسيكية- إنما كانت هنا التفسير الأول للسببية الطبيعية، أي تلك التي كانت في متناول الفيزياء الوليدة مباشرة».

أراد الفيلسوف «بالحساب الأحادي» الحتمية بمعناها الأول؛ فهو

كان يحذّر إذن، منذ ما يزيد على الستين عاماً، من الخلط بين الحتمية الرياضية والسببية الطبيعية.

لو كنا نتسم من الحكمة بما يجنبنا هذا اللبس، لحافظت كلمة الحتمية على قيمتها بهذا المعنى الثالث، ولكانت امتازت بالتشديد على الطبيعة المقيِّدة للقوانين الطبيعية، وبخاصة فيما يتعلق بالشؤون الإنسانية. وقد قيل إن الأفراد مقيدون بحتميات (الحتمية البيولوجية، الحتمية الاجتماعية)، بمعنى أنه ينبغي نيل حرية الإنسان في كل لحظة من هذه الحتميات.

أخيراً، هناك مدلول رابع لمصطلح الحتمية يقوم بدور مهمّ منذ زمن طويل. تسمح الفيزياء بالتنبؤ بالمستقبل انطلاقاً من معرفة الحاضر: أي إن المستقبل مكتوب من قبل. «إنه مكتوب»، يصيح جاك القدري Jacques le Fataliste،الشخصية التي ابتكرها ديدرو Diderot، عند كل منعطف في حياته الزاخرة بالأحداث. وكان سبينوزا Spinoza يجزم مبكّرا بأن حرية الإنسان ليست سوى وهم، بسبب جهل البشر بأسباب أفعالهم. وتتفق «الترجمة الأحياوئية» la vulgate biologisante (نظرية تزعُم تفسير الظواهر النفسانية والاجتماعية استناداً إلى معطيات أحيائية-مراجع الترجمة)، مع هذا الاتجاه حين تفسر الأبحاث العلمية على أنها اكتشاف «جينة الذكاء» أو «جينة إدمان الكحول».

ينبغي إذن للنقاش حول نطاق الفوضى المعرفي والفلسفي تفادي الخلط بين الدلالات المختلفة لكلمة الحتمية. المعنيان الأولان علميان، محددان ودقيقان؛ وقد تبين كيف تدقق الفوضى علاقاتهما المتبادلة وتحدد مدى الحتمية الفيزيائية. المعنى الثالث من جهة أخرى معرفي وعام جداً، ويمكن فهم اختزاله تاريخياً، في بدايات تطور علم الفيزياء، في الحتمية الرياضية، إلا أن مثل هذا اللبس لم يعد مقبولاً اليوم. وأخيراً، ينطوي المعنى الأخير على أطروحة فلسفية ينبغي أن تستطيع الدفاع عن نفسها دون زعم الاستناد إلى المعاني الثلاثة الأولى.

الحتمية والتنبؤ: لابلاس وبوانكاريه

تبين لنا كيف كشفت الأعمال الخاصة بالفوضى حدود إمكان التنبؤ بالحالة المستقبلية لنظام فيزيائي ما، من منطلق معرفتنا بحالته الراهنة. (الظروف الابتدائية). وقد لاحظ كل من ماكسويل وبوانكاريه منذ زمن بعيد افتراضَ هذا الإمكانِ استقرارَ مسارات الطور. وقد مكن نمط الفوضى من الإقرار بالأهمية الجوهرية لهذه الملاحظات، التي هُمّشت طويلاً. لا تنطوي الأنظمة الديناميكية التي كانت تعد كلاسيكياً نموذجية (مسألة الجسمين في الميكانيكا السماوية، الذبذبات الصغيرة لنظام ميكانيكي أو كهربائي) سوى على مسارات مستقرة. وقد تجلت الآن بوضوح حقيقة كون هذا الأمر حالة استثنائية، إذ إنّ للأنظمة الديناميكية النموذجية مسارات غير مستقرة. وفي حال عدم الاستقرار (أو بمصطلح آخر، الحساسية للظروف الابتدائية)، يصبح من المحال التنبؤ بحركة النظام المستقبلية لأبعد من حدود أفق قابلية التنبؤ المحددة بمقدار (١٠ أضعاف، ١٠٠ ضعف أو ١٠٠٠ ضعف- زمن ليابونوف على سبيل المثال).

من هذا المنطلق، يمكن إلقاء نظرة رجعية على تاريخ مفهوم الحتمية. وفيما يلي بعض ما كتب لابلاس في مقالته المذكورة سابقاً:

«علينا إذن تصور حالة العالم الراهنة على أنها نتيجة حالته السابقة وسبب حالته الآتية. ومن شأن عقل قادر في وقت ما على معرفة كل القوى التي تحرك الطبيعة وأحوال الكائنات التي تكونها، ومتّسم فرَضاً برحابة تسمح له بإخضاع هذه البيانات للتحليل، أن يُضمِّن المعادلة نفسها حركةَ أكبر أجسام الكون وأخف الذرات: فلا يوجد شيء غير مؤكد بالنسبة إليه، والمستقبل مثل الماضي جلي أمام ناظريه. وتعطي الروح البشرية، في الكمال الذي أضفته على علم الفلك، لمحة متواضعة من هذا العقل.»

إنّ هذا الاستقراء مبالغٌ فيه كثيراً للمكاسب العلمية لحقبة لابلاس. لم يكن هناك ما يسمح له بالانتقال دون عائق من نظام شمسي مرسوم

على نحو مثالي (تناولته الأبحاث النظرية لنيوتن وخلفائه) إلى الكون، أي مجمل العالم الفيزيائي. فضلاً عن أنّ هذا الأخير ليس محل دراسة باحث في الفيزياء تهتم تجاربه ونظرياته بأنظمة محدودة في الزمان والفضاء. (وهو سبب عجز تكهنات علم الكونيات الراهن الواسع الانتشار بين العامة تحت شعار «الانفجار الكبير» Big Bang عن ادعاء تبوئها ذات المكانة العلمية التي تتميز بها الفيزياء أو الفيزياء الفلكية).

ما الذي يحمل عالم الرياضيات والفيزياء الجليل لابلاس على اللجوء إلى التصور السيء التأسيس تماماً والمتمثل في «حالة الكون»؟ من منظور علمي محض، يبدو السبب واضحاً: يريد لابلاس وضع صيغة «دقيقة» للحتمية، بمعنى أنه يريد توافقاً تاماً بين الرياضيات والفيزياء. لذا لا يستطيع أن يترك شيئاً: فلو اقتصر على النظام الشمسي، لأمكن الاعتراض على تصوره لإهماله أثر النجوم على هذا النظام ولكانت النتيجة صيغة للحتمية ذات أثر مديد في النفوس وإن كانت ذات مميزات علمية ضئيلة. ومن المحال في الواقع اختبار هذه الصيغة بمقارنتها بالملاحظات الفلكية، التي تتناول- في عصر لابلاس كما في عهدنا اليوم- أجزاء من الكون وليس مجمله. إنّ انطباع التعميم الذي يولده إذن نص لابلاس وهميّ إذن. ذلك أن على التفكير العلمي دفع ثمن باهظ لبلوغ الإحاطة المُشكِلة: وهو التخلي عن قول أي شيء بشأن الأجزاء التي هي وحدها المتاحة لوسائل البحث.

إنّ مقاربة بوانكاريه -التي هي أقل شهرة- أدق بكثير من مقاربة لابلاس. ففي ما يلي ما ورد في مقالته «العلم والواقع»، المتضمن في كتابه «قيمة العلم «La valeur de la science». ففي سياق الحديث عن مبدأ الاستقراء، يعلن بوانكاريه أنه «سيظهر كيف يطبقه العلماء وكيف يجبرون على تطبيقه»، مضيفاً:

«حين يتكرر السالف، يجب أن يتكرر الناتج ذاته: هذا هو النص العادي. إلا أن هذا المبدأ لا جدوى له وهو على هذا القدر من الاختزال. حتى يمكن القول إن السالف نفسه قد تكرر، يجب أن تكون جميع الظروف

قد تكررت، إذ ليس منها ما هو متجرد تماماً، ولأنها يجب أن تكون قد تكررت تماماً كما هي. بما أن ذلك لا يحدث أبداً، فلن يكون من الممكن تطبيق هذا المبدأ أبداً. علينا إذن تعديل نص المبدأ وقول: إنه إذا أسفر حدث سالف A ذات مرة عن نتيجة B، فيسفر سبب سالف A' قليل الاختلاف عن A، عن نتيجة B' قليلة الاختلاف عن B. (...) لنفترض أن بإمكاننا الإحاطة بجميع الظواهر الكونية عبر كل الأزمنة. فسنستطيع عندئذ تصور ما يمكن تسميته التسلسلات وهنا أقصد العلاقات التي تربط السالف بالناتج (...). وسيتبين لنا أنه لا توجد ولو اثنتان فقط من هذه التسلسلات متماثلتان تماماً. إلا أنه إذا كان مبدأ الاستقراء الذي صغناه للتو صحيحاً، فإن منها ما سيكون متماثلاً تقريباً ويمكن ترتيب بعضها إلى جانب بعض. بمعنى آخر، يمكن تصنيف التسلسلات. ففي نهاية المطاف تتوقف الحتمية على إمكان ومشروعية تصنيف من هذا القبيل.»

لم يكتف هنا بوانكاريه بوضع صياغة دقيقة للحتمية الفيزيائية، بل إنه مكننا من تحسس الحدود الضرورية لهذا المفهوم. ذلك أن حساسية مسارات الطور لنظام ديناميكي للظروف الابتدائية أمر كثير الحدوث. وهذا يعني، كما اتضح لنا، تباعُد مساري الطور المتجاورين في اللحظة الابتدائية بشكل أسي، إذ تتضاعف مسافتهما ٢,٧ مرة كلما انقضت مدة زمنية معينة تُعرف بزمن ليابونوف. يمكن إذن تحديد نص بوانكاريه بشكل أكبر في حالة المسارات غير المستقرة: إذا أسفرA عن B، فإن A' القليل الاختلاف عن A سيسفر عن ال B' قليل الاختلاف عن B، بشرط ألا تزيد المدة الفاصلة بين A و B، وكذلك A' و B'، كثيراً عن زمن ليابونوف.

تلتقي عندئذ حالتان نموذجيتان وفق المجال محل الاهتمام. فإن كان المقياس الزمني الذي نتناول فيه عملية فيزيائية ليس مفرطاً في الكبر قياساً بزمن ليابونوف، أو إذا كنا في منطقة من فضاء الطور ذات مسارات مستقرة، فإن معرفة الظروف الابتدائية تسمح بالتنبؤ بسير العملية مستقبلاً: أمامنا إذن عملية حتمية، كحركة النظام الشمسي في

خطوطها العريضة (باستثناء حركات هاييريون البهلوانية وتدخلات الكويكبات). وفي المقابل، إذا كان المقياس الزمني أوسع بكثير من أفق قابلية التنبؤ (الذي يعادل حسب الحالة بضعة عشر أو ملايين زمن ليابونوف)، فسنكون أمام ظاهرة عشوائية كحركة جزيئات الغاز أو الجريان المضطرب.

المقاييس الزمنية

يسلط النقاش الموجز أعلاه بشأن الحتمية الضوء على أهمية مفهوم المقياس الزمني، وهو مفهوم قائم في دراسة العديد من الظواهر الطبيعية، لكن شرحه نادر. كما أعطى النقاش الخاص بصحة أساليب الحقبة الكلاسيكية في الميكانيكا مثالاً آخر على ذلك (حسابات تحليلية، نشور بمتسلسلات، طريقة الاضطرابات...). فقد تبين لنا أن هذه الطرق لم تدحض من قِبل بوانكاريه وتابعيه، وإنما أبرزت نسبيتها بفضلهم. صحيح أن المتسلسلات –وخلافاً لآمال وربما اعتقاد مخترعيها– كثيراً ما تكون متباعدة؛ لكن هذا لا يمنع حدودها الأولى من توفير نتائج ذات درجة مدهشة من الدقة. وجه القصور الأساسي الذي يشوب الطرق الكلاسيكية يكمن في كونها صالحة لمقاييس زمنية قصيرة نسبياً: فهي طويلة بالمقارنة بمقياس الحياة البشرية والأزمنة التاريخية أيضاً، إلا أنها قصيرة في سياق آماد الظواهر الجيولوجية وحياة الكائنات الفلكية. فالتاريخ يَعدّ بالسنين وآلافها، أما الجيولوجيا والفلك، فَتُعد بملايين ومليارات السنين.

ينبغي إذن التعود على طرح السؤال التالي: هل يصح وصف ظاهرة فيزيائية ما في أي مقياس زمني كان؟ فإن كانت الإجابة بالنفي، ففي أي مقياس تصح؟ هو سؤال نجيب عليه كثيراً دون تفكير. فالضوء اهتزاز كما تعلمنا في المدرسة الثانوية العامة، وهذا صحيح، لكن تردد الضوء المرئي هو من رتبة «عشرة أس أربعة عشر هيرتز» (وهو عدد يكتب بواحد

يتبعه أربعة عشر صفراً)؛ أي إنها تعادل أكثر من مائة ألف مليار اهتزاز بالثانية، إن فضلنا ذلك. بعبارة أخرى، في العديد من الظواهر الفيزيائية، ومن باب أولى في حياتنا اليومية، لا يمكن ولا ينبغي اعتبار الضوء ظاهرة تتغير بمرور الزمن. أو بالأحرى، تطرأ تغيراته الممكنة في مقياس زمني لا علاقة له بذلك الذي ذكرناه. تغيرات سطوع مصباح ما واهتزاز الهواء الساخن في يوم صيفي جميل تخص مقياساً زمنياً من رتبة الثانية (أو عُشرها، وهو المقياس نفسه). في هذا المقياس، لا مجال لاعتبار الضوء ظاهرة اهتزاز إذ لا يبقى أثر للاهتزاز ذي التردد العالي إلا في اللون.

يبدو أن الفيزياء إذن لا تدرس العمليات الفيزيائية «في حد ذاتها» (فلن يجدي عندئذ تحديد المقياس الزمني الذي نعده)، وإنما العمليات كما تتجلى لنا أي كظواهر. ففي مقياسين زمنيين مختلفين، نجد العملية نفسها (انتشار الضوء وتفاعله مع المادة) ولكن ظاهرتين مختلفتين.

التصادف Le Hasard

ثمة نوعان من الاعتبارات حول التصادف كنا قد لقيناهما في هذا العرض، ينبغي الآن إعادة فحصهما: فهما يربطان التصادف بعدم الاستقرار من جهة، وبالمسارات العشوائية من جهة أخرى.

للحديث عن عدم الاستقرار، سأقتبس مجدداً من بوانكاريه. ففي مقال نشره عام ١٩٠٧ بعنوان «التصادف» (وقد أُعيد نشره مؤخراً ضمن مجموع التحليل والبحث في دار النشر هيرمان Hermann)، يدحض بوانكاريه أولاً الطرح الذي بموجبه لا يزيد «التصادف عن كونه قياساً لجهلنا» وأنّ «الظواهر العرَضية، بحكم التعريف، هي تلك التي تجهل قوانينها». (وهو طرح لا يزال إلى اليوم من يؤمن به). سيستند بوانكاريه في برهانه إلى النظرية الحركية للغازات، التي تفسر الخواص المكروسكوبية للغازات (أي خواصها في المقياس البشري بالنسبة إلى الأطوال والمُدد) انطلاقاً من

فرضيات بسيطة بشأن الجزيئات المكونة لهذه الغازات. فبموجب النظرية الحركية للغازات، كما يُذَكِّرنا، نجد قوانين مثالية للغازات بفضل النظرية القائلة بأن سُرعات الجزيئات تتغير بشكل عشوائي. يجب إذن على من يقول إنّ التصادف يرجع فقط إلى جهلنا أن يفصّل رأيه كما يلي:

«تطلبون مني أن أتنبأ لكم بالظواهر التي ستقع. فإن كنت لسوء حظي على دراية بقوانين هذه الظواهر، لما تمكنت من الوصول إليها إلا عن طريق عمليات حسابية بالغة التعقيد ولاضطررت إلى التخلي عن محاولة إجابتكم؛ ولكن بما أنني أجهلها لحسن الحظ، فسأجيبكم على الفور. وأروع ما في الأمر أن إجابتي ستكون صحيحة».

فالتصادُف إذن أمر لا علاقة به بالاسم الذي نطلقه على جهلنا. فمن الظواهر التي نجهل سبب حدوثها ما هو عرضي ويعود إلى حساب الاحتمالات؛ ما تقوله لنا عنها هذه الأخيرة سيظلّ صحيحاً يومَ نصبح أكثر فهماً لهذه الظواهر. أما تلك الظواهر غير العرضية، فلا يمكننا أن نقول شيئاً بشأنها ما دمنا نجهل القوانين التي تحكمها.

بدأ بوانكاريه بعد ذلك بتقصي الخصائص الموضوعية للظواهر العرضية، وأولى هذه الخصائص التي واجهته هي عدم الاستقرار؛ وهنا استلهم إلى حد كبير في بحوثه مسألةَ الأجسام الثلاثة، دون ذكرها، وإنما بالرجوع إلى مثال ابتدائي. إنّ قلم رصاص تام التناظر، قائماً على طرفه الحادّ، يكون في توازن، إلا أن هذا التوازن غير مستقر. فيكفي حدوث أدنى اضطراب، أو حتى أدنى قصور عن التناظر التام، لإمالة القلم بزاوية صغيرة من جهة ما، فيسقط القلم عندئذ في هذه الجهة. وفيما يلي التعميم:

« يحدد سبب بالغ الصغر، سبب لا نلم به، أثراً كبيراً لا يمكن ألا نراه، فنقول عندئذ إن هذا الأثر نتيجة للتصادُف. لو كنا نعلم تماماً قوانين الطبيعة وحالة الكون عند اللحظة الابتدائية، لاستطعنا التنبؤ بشكل دقيق بحالة هذا الكون في لحظة تالية. ولكن، وعلى الرغم من تجلي هذه

القوانين الطبيعية لنا دون أن يخفى منها شيء، فلا يمكننا معرفة الحالة الابتدائية إلا بشكل تقريبي. فإن أتاح لنا ذلك التنبؤ بالحالة المستقبلية بالقدر نفسه من التقريب، فهو كلّ ما نحتاج إليه، ويمكننا القول حينئذ إن الظاهرة كانت متوقعة، وإنها خاضعة لقوانين، إلا أن الأمر لا يكون كذلك دوماً، فقد يحدث أن تسفر فوارق بسيطة في الظروف الابتدائية عن فوارق جسيمة في الظواهر النهائية؛ فيُحدث خطأ بسيط في الأولى خطأً جسيماً في الأخيرة. يصبح التنبؤ مستحيلاً وتكون لدينا ظاهرة عرضية».

ثمة جانب آخر من مسألة التصادُف برز مؤخراً: وهو متعلق بالمسارات العشوائية. وهي كما سبق أن أوضحنا، مسارات الطور التي تخضع من جهة للحتمية الرياضية، ولها من جهة أخرى خواص عشوائية. نتناول مساراً ما، ونطرح عليه بشكل دوري السؤال التالي- على سبيل المثال «يمين أن يسار» بالنسبة إلى لعبة البليياردو. كما يمكن تقسيم فضاء الطور إلى خلايا، ليست كبيرة ولا صغيرة بشكل مفرط، ثُم نقوم بترقيمها: فيكون السؤال عندئذ «ما رقم الخلية التي يوجد فيها مسار الطور في هذه اللحظة؟». نجد في الحالتين، انطلاقاً من المسار، متتالية من الأعداد (في الحالة الأولى يكفي ترميز اليمين واليسار بـ٠ و١ على التوالي). وقد توصلت نظرية الأنظمة الديناميكية إلى هذا الاكتشاف اللافت للنظر: هذه المتتاليات، في حالة المسار العشوائي، لا تختلف عن تلك التي نحصل عليها بوسيلة تعتمد كلياً على التصادُف، مثل القرعة. ففي لعبة البليياردو مثلاً (بليياردو نظري ومن ثم أكبر بكثير من الحقيقية!)، لا يملك مراقب بعيد، ننقل إليه بواسطة الهاتف أو الفاكس متتالية ٠ و١، أي وسيلة رياضية أو معياراً موضوعياً لتحديد ما إذا كانت هذه المتتالية هي فعلاً نتاج مسار جزء من البليياردو، أو إن كان المتصل به الطريف قد حصل عليها بالقرعة.

ينبغي أن تُعيننا هذه النتائج على إعادة النظر في تصورنا لـ «التصادُف» في الفيزياء. فهو لم يعد مفهوماً حصرياً للحتمية الرياضية. تخضع العمليات الفيزيائية التي تعطي المسار لقوانين معلومة لا يدخل فيها

أي عامل احتمالي. فالتصادُف لا يوجد عند البداية، وإنما في النهاية! والحدث الاحتمالي لم يَعُد يبدو «حدثاً غير محدد سببياً»، على حد تعبير هاسيرل في الملحق المذكور أعلاه. إنما بات كل من التصادُف والحتمية الفيزيائية يبدوان وكأنهما وجها عملة واحدة. والحقيقة أننا كنا على دراية بذلك إلى حد ما، ولا سيما أن النظرية الحركية للغازات المذكورة أعلاه (والفيزياء الإحصائية، الصورة الحديثة للنظرية المذكورة) تخرج القوانين الحتمية الخاصة بالديناميكا الحرارية للتصادامات العشوائية للجزيئات. ولكن لم يَعُد التصادف هنا هو الذي ينتج قوانين الحتمية، بل إنّ الحتمية الرياضية لقوانين الحركة، على النقيض من ذلك، هي التي تنتج التصادف.

بتنا نقدِّر هكذا بشكل أفضل مدى صعوبة مفهوم الحتمية الرياضية وقابليته حتى يكون قابلاً للمعارضة. ومن المصطلحات التي كرَّسها العديد من خبراء الفوضى مصطلح «الفوضى الحتمية». فهم يريدون من هنا لفت التأكيد على كون الفوضى، من وجهة نظرهم، لا تُلغي الحتمية، إذا قصدنا بها (قبل كل شيء بل وحصرياً) الحتمية الرياضية. ولكن بموجب هذا المنطق، ألا يتوجب عليهم القول إن الخواص الاحتمالية للمسارات العشوائية ناجمة عن «التصادُف الحتمي»؟

الرياضيات والفيزياء

يمكن تلخيص الفكرة الرئيسة لماكسويل وبوانكاريه كما يلي: فقد قاما بتمييز الحتمية الفيزيائية عن الحتمية الرياضية؛ ويعود الفضل إليهما في إدراكنا اليوم الفرق بين الحتمية الرياضية شبه الكاملة والحتمية الفيزيائية المشروطة والمحدودة. بيد أن مثل هذا التمييز لم يتحقق إلا في وقت متأخر من تاريخ الفيزياء الحديثة. هذا مفهوم لأن الفكرة الأساسية التي جعلت الفيزياء ممكنة لم تنطو على التمييز بينها وبين الرياضيات، وإنما توحيدهما و حتى الخلط بينهما.

كانت الاثنينية سائدة في اليونان القديمة على العلاقات بين علماء الرياضيات والفيزياء. فعلم فلك أفلاطون Platon ويودكسوس Eudoxe يحلل هندسياً حركة النجوم، مؤكداً «تعارُض الوضوح شبه الكامل الذي تتسم به الكائنات السماوية مع التغيرات الدائمة للكائنات الواقعة تحت القمر». (إيه. بريهيه É. Bréhier). ويتمثل إنجاز الفيزياء الحديثة في توحيدها علم الفلك والفيزياء، متيحة للأخيرة تطبيق الطرائق الرياضية، التي كانت مقصورة على الظواهر السماوية، على دراسة ظواهر العالم تحت القمري. (أ. كواريه A. Koyré). ثمة حاجز، كان يبدو تخطيه ضرباً من المحال، قد تم تجاوزه بالفعل، ثُمّ بدأ يضمحل بعد ذلك: كيف أمكن ذلك؟ جميع الآباء المؤسسين لعلم الفيزياء الحديثة مسيحيون؛ فقد تخلل إرثهم الفكري التناقض الكامن في العقيدة المسيحية بين الوحدوية اليهودية والاثنينية اليونانية. وقد انطلقت مبادرات كبلر Kepler وغاليليو Galilée ونيوتن Newton من «حدس وحدوي» (إي. أسكينازي L. Askénazi)، الذي يتمثل جوهره في فكرة خلق الله لهذا الكون. وكان الابتكار الحاسم هنا بتفسير هذه الفكرة بلغة الرياضيات. وفي الوقت الذي كان يؤكد فيه سفر التكوين، لمؤلف يهودي مجهول في القرون الأولى من تقويمنا، أن الله «خط وخلق عالمه» عبر ٣٢ سبيلاً: الأعداد الأصلية الـ١٠ والـ٢٢ حرفاً من الأبجدية العبرية، كان غاليليو من جهته يستبدل هندسة اليونانيين بالحروف والأعداد: فكتاب الكون مكتوب برموز هندسية. منذ ذلك الحين لم يعد يوجد أي حدّ مبدئي يعارض تحليل العالم الفيزيائي رياضياً. بل توصلت هذه الأخيرة مع نيوتن إلى اكتشاف خارق، هو اكتشاف الحساب التفاضلي الذي يسمح لعلماء الرياضيات بتناول الحركة. (في الفصل الأول، تم عرض مبدأ هذا الاكتشاف في شكله الهندسي، باستخدام فضاء الطور، وفي لغة المقادير لا متناهية الصغر التي أعادها أسلوب التحليل غير الاعتيادي مؤخراً إلى الرياضيات.) وما زلنا حتى اليوم نحصد ثمار الاكتشاف النيوتني.

بيد أن لهذا الإرث وجهه السلبي أيضاً، الذي أظهرته الفوضى. فكثيراً ما ينسى العلماء، وهم منبهرون بقدرات الفيزياء البديعة بصيغتها الرياضية، بأن الرياضيات والفيزياء ليستا متماثلتين. فمنطق لابلاس مثلاً يعيّن ضمنياً العالم المادي بوصفه الرياضي. لم يجد ماكسويل ثُم بوانكاريه لزمن طويل من ينصت إليهما حين طرحا مسألة الاستقرار، لأن أحداً لم يكن متهيئاً لإمكان أن يكون للمعرفة القاصرة أو الافتقار لتعريف الظروف الابتدائية دور في علم التحريك ذاته. لم يكن هناك نفي لأوجه القصور وعدم الدقة، إلا أنها كانت تمنع ضمنياً من أي قيمة نظرية.

خلاصة القول أنه كان يوجد عالمان وفق التصور الضمني لعالم الفيزياء. كانت هناك، من جهة، العمليات الفيزيائية محل اهتمام النظريةِ الفيزيائية، المعينة بواسطة وصفها الرياضي، والمتميزة بدقتها، ومن جهة أخرى، الظواهر، أي تجلّي العمليات الفيزيائية في التجربة والملاحظة. إلا أنه تجلٍّ يشوبه غياب الدقة، المشار إليه كلاسيكياً بمصطلح «أخطاء القياس»، ممّا يوحي بأنها ربما تكون مرتبطة بشكل أو بآخر بالضعف البشري. كان دور النظرية يتمثل في اكتشاف صيغ رياضية لوصف العمليات الفيزيائية تتولى التجربة أو الملاحظة مهمة التحقق منها على ما يشوبهما من قصور في ذاتهما. يبدو هذا الأخير ذا أهمية ثانوية من منظور النظرية، المعفاة بطبيعة الحال من إدخالها إلى عالم الدقة الخاص بها. تطل الاثنينية القديمة برأسها مجدداً كَتبايُن بين دقة العالم الفيزيائي النظري الموصوف بصيغة رياضية وعدم دقة التجارب والملاحظات.

من هنا بات ممكناً إدراك السبب وراء الدور الهامشي الذي لم تقم بسواه الملاحظات البسيطة جدًّا التي شكلت أساس الفوضى طوال ما يقرب من قرن من الزمن. فكثيراً ما نشدد بحق، لدى تحليل تاريخ الفوضى، على دور الحواسيب التي تسمح بحل معادلات معقدة عددياً وإبداء حلولها للعيان. كما أنه من الإنصاف التذكير بأن المفاهيم والنظريات الرياضية التي مكنّت نظرية الأنظمة الديناميكية من الانطلاق السريع حديثاً، والتي

تعد رياضيات الفوضى فصلاً لافتاً للنظر بشكل خاص فيها، لم تكن متوافرة لبوانكاريه. مع كل ما قيل، لا يزال هناك تأخر يستحق الوقوف عنده: كان يمكن طرح مسألة الحساسية للظروف الابتدائية منذ قرن مضى، والدليل أن البعض طرحها بالفعل. والنقد الذاتي الذي قام به لايتهيل Lighhill مبرر بكون الفوضى لم تأتِ في حينه، بل جاءت متأخرة.

بغض النظر عما قد يكون نمط الفوضى السائد قد انطوى عليه من تعسف، ينبغي في الوقت الراهن الاعتراف بمدى خصوبة الأفكار التي أتاح هذا التيار نشرها. كما أنّ ثمة دروساً ينبغي استخلاصها من هذه الخصوبة، وعن تأخر هذه الأخيرة في التجلي.

يمكننا اليوم إدراك حقيقة كون وحدة الرياضيات والفيزياء ليست هوية سطحية، بل وحدة جدلية، «إثنينية موحدة». تتناول الرياضيات كائنات حقيقية نفكر فيها ونقوم بحسابها، في حين تهتم الفيزياء بكائنات مادية مكونة ومسجلة بواسطة أساليب تجريبية أو بالملاحظة. أما الأولى فدقيقة وأما الثانية فمبهمة بعض الشيء ومفتقرة إلى التحديد. كان إيف روكار Yves Rocard يقول مازحاً «الفيزياء خاطئة دوماً بعض الشيء». فالافتقار إلى تحديد مقاديرها الفيزيائية جزء من تصورها.

تستخدم الأداة الرياضية التي ابتكرها نيوتن ولايبنيتز Leibniz، وهي حساب التفاضل والتكامل، «أعداداً حقيقية» بحكم الضرورة. (هذا المصطلح المكرّس يوحي تحديداً بتصور هوية مطلقة تجمع بين الرياضيات والفيزياء..). يعرّف العدد الحقيقي بعدم يقين يساوي. ويتم تمثيله بشكل شبه دائم في النظام العُشري على سبيل المثال بنشور يتضمن عدداً لا متناهياً من الأرقام بعد الفاصلة. والأعداد النسبية (الكسور، مثل ١/٢ أو ٣/٤)، المتمثلة في أي نظام عَدّ بواسطة نشور لا يتضمن إلا عدداً متناهياً من الأرقام، هي في الواقع استثنائية. (لكل من مصطلحي «شبه دائم» و «استثنائي» معنى رياضي دقيق). لعل هذا كاف لإظهار براعة العلاقات التي تربط الوسيلة الرياضية «الأعداد الحقيقية» بالفيزياء. فمن جهة، لا تستطيع الفيزياء

(بوضعها الحاضر وعلى الرغم من بعض المحاولات الراهنة) الاستغناء عن هذه الوسيلة، التي لا وجود في غيابها لحساب التفاضل والتكامل، ومن ثم علم التحريك. لكن هذه الوسيلة بالغة الدقة من جهة أخرى: فليس يمكننا قياس مقدار يمثله عدد لا نهائي من الأعداد فحسب، بل إنّ المقادير الفيزيائية ليست مُعرَّفة ولا هي قابلة للتعريف بهذه الدقة الكاملة.

يتلخص مغزى الفوضى هنا في كون وحدة الرياضيات والفيزياء وحدة متوترة، تجمع عناصر لا يمكن أن يحل أحدها محل الآخر. وَصمَت مرحلة «الفوضى» إعادة اكتشاف اختلافهما في قلب هذه الوحدة؛ بل وصمت بالأحرى اكتشاف أهمية إدراك أكثر دقة لهذا الفارق بالنسبة للعلوم الفيزيائية ذاتها والتيقظ له.

إلا أن الفوضى تعد أيضاً تصويراً جديداً، لافتاً للنظر وشديد الخصوبة، لهذه الوحدة. كثيراً ما نستغرب بحق من الكيفية التي سبقت بها الرياضيات تطور العلوم الفيزيائية. فهكذا اكتشفت هندسة المقاطع المخروطية (الإهليلج، القطع الزائد..)، التي درست في نهاية العصور القديمة، الأجهزة التي قام كبلر، ثم نيوتن وأتباعه، باستخدامها لوصف ثُمّ تحليل حركات الكواكب. وقد كشف جبر القرن التاسع عشر النقاب عن المصفوفات والمقادير غير التبادلية، التي كانت ستحتاجها ميكانيكا الكم في القرن العشرين. وإلى هذه الأمثلة الكلاسيكية ينبغي الآن إضافة تغيير وجهة نظر الرياضيات خلال القرن التاسع عشر، والمتمثل بصفة خاصة في نهاية مميزات الدوال البسيطة، التي يمكن صياغتها بدوال أولية، وظهور مفاهيم أكثر تجريداً وأكثر قوة، كفكرة الدالة (شبه) العادية fonction (presque) quelconque. كما تميز هذا التغيير بتطوير الطوبولوجيا وأبحاث كانتور بشأن المجموعات. منذ نصف قرن مضى، كان لا يزال بوسع علماء الفيزياء، إلى حد ما، أن يسمحوا لأنفسهم بالتخلي عن أوجه التحسين هذه لعلماء الرياضيات. إلا أنه بات جلياً اليوم – وبخاصة بفضل الفوضى– أن الرياضيات، بنأيها عن الفيزياء في القرن التاسع عشر،

كانت تستعد لتفاعل مثمر مع فيزياء القرن العشرين. لقد لاحظنا ارتباط علم التحريك الحديث الوثيق بالطوبولوجيا، ووصفه للجواذب الغريبة، التي تختبئ فيها مجموعات كانتور، ومدى استخدامه للحاسوب، وبخاصة تباين الحساب العددي الذي تتيحه المعلوماتية بصفة عامة عن الحسابات التحليلية التي كان يقوم بها فلكيو الفترة الكلاسيكية. وتعود الأنظمة الديناميكية غير قابلة التكامل- وهي كما بات معلوماً تمثل القاعدة العامة وليس الاستثناء - إلى الطوبولوجيا من جهة، وإلى الحساب العددي من جهة أخرى، ولكن بشكل أقل جداً إلى طرق التحليل الكلاسيكي.

لا شك في أهمية إرباك الفوضى للأحكام المسبقة القديمة، وإظهاره حدود الحتمية الفيزيائية، وحمله إيانا على تحديد تصورنا للتصادُف، إلا أن تمكينه إيانا من شرح ظواهر طبيعية، كسقوط الكويكبات، وكشفه النقاب عن ثوابت عامة جديدة (أعداد فايغنباوم Feigenbaum) لايقل أهمية عن ذلك. ومن الأمور الجديرة بالملاحظة بشكل خاص أن يُقدِّم تمرين رياضي مثل تكرار التطبيق اللوجستي صورة مصغرة لظواهر مثل حدوث عدم الاستقرار وتضاعف الدور والانتقال إلى الفوضى.

كنا مفرطين في الاعتماد على دلالة الرياضيات بالنسبة للفيزياء، حتى باتت وكأنها أمر تافه. بعد مضي نصف قرن على بوانكاريه، لعل أفضل من جسّد في شخصه وأعماله هذه الوحدة المتأصلة بين هذين العلمين البالغي الاختلاف، كان يوجين ويغنر Eugene Wigner، عالم الرياضيات والفيزياء الذي عرف كذلك كيف يندهش من هذه الوحدة. فلقد تسائل، في مؤتمر عُقد في عام ١٩٥٩، عن «الفعالية غير المنطقية التي تظهرها الرياضيات في علوم الطبيعية». واختتم عرضه قائلاً:

«إن إعجاز دلالة لغة الرياضيات في صياغة قوانين الفيزياء هو هبة بديعة لا نفقهها ولا نستحقها».

قائمة المراجع

مقالات وكتب للعامة

J. P. Crutchfield, J. D. Farmer, N. H. Packard, R. S. Shaw, Le chaos. Pour la Science, février 1987.

جاي. بي. كرتشفيلد، جاي. دي. فارمر/ إن. إتش. باكارد، أر. إس. شو، الفوضى، بور لا سيانس، فبراير ١٩٨٧.

J. Gleick, La théorie du chaos, Albin Michel, 1989.

جاي. غليك، نظرية الفوضى، ألبن ميشيل، ١٩٨٩.

J. Laskar, La Lune et l'origine de l'homme, Pour la Science, avril 1993.

جاي. لاسكار، القمر وأصل الإنسان، بور لا سيانس، أبريل ١٩٩٣.

F. Lurçat, L'autorité de la science, Éd. du Cerf, 1995, chap. VII et VIII.

إف. لورسا، سلطة العلم. طباعة دو سير،١٩٩٥، الفصلين السابع والثامن

I. Peterson, Le chaos dans le système solaire, Éd. Pour la Science, coll. « Sciences d'avenir », 1995.

أي.بيتيرسون، الفوضى في النظام الشمسي، طباعة بو لا سيانس، مجموعة «سيانس أفونير»، ١٩٩٥.

I. Stewart, Dieu joue-t-il aux dés ? Les nouvelles mathématiques du chaos, Flammarion, coll. « Champs », 1994.

أي. ستيورات. هل يلعب الله بالنرد؟ رياضيات الفوضى الجديدة، فلاماريون مجموعة «شام»،١٩٩٤.

كتب ومقالات للعامة (أكثر تعقيداً)

A. Dahan Dalmedico, J.-L. Chabert, K. Chemla (sous la dir. de), Chaos et déterminisme, Seuil, coll. « Points », 1992.

إيه. داهان دلميديكو، جاي.-إل. شابيرت، كاي. شيملا، الفوضى والحتمية، سوي، مجموعة «بوان»، ١٩٩٢.

P. Davies (sous la dir. de), La nouvelle physique, Flammarion, 1993. Les chapitres de ce livre qui concernent le chaos sont : P. Knight, " L'optique quantique », et J. Ford, « Qu'est-ce que le chaos, pour que nous l'ayons à l'esprit ? ».

بي. ديفيس، الفيزياء الجديدة، فلاماريون، ١٩٩٣، والفصول التي تخص الفوضى هي: بي. نايت،» بصريات الكم»، وجاي. فورد «ما الفوضى، ما دام في أذهاننا؟»

I. Ekeland, Le calcul, l'imprévu, Seuil, 1984.

أي. إيكلاند. الحساب، المفاجئ، سوي، ١٩٨٤.

La Recherche, numéro spécial, mai 1991. Voir en particulier l'article de J. Laskar et C. Froeschlé « Le chaos dans le système solaire «.

لا روشيرش، عدد خاص، مايو ١٩٩١، وبخاصة مقال جاي. لاسكار وسي فروشليه «الفوضى في النظام الشمسي.»

D. Ruelle, Hasard et chaos, Odile Jacob, 1991.

دي. رويل، التصادف والفوضى، أوديل جاكوب، ١٩٩١.

قائمة المحتويات

من أعمال المؤلف

Niels Bohr et la physique quantique. Seuil. coll. « Points Sciences ». 2001.

(نيلس بور وفيزياء الكم، طباعة دار النشر « سُوي»، مجموعة «نقاط علوم»، ٢٠٠١.)

Cours de physique. DEUG. 1re année. Ellipses. 1993.

(دروس في الفيزياء، دبلوم دراسات جامعية عامة، السنة الأولى، طباعة دار النشر «إليبس»، ١٩٩٣.)

L'autorité de la science. Éd. du Cerf. 1995.

(سلطة العلم، طباعة دار النشر دو سير، ١٩٩٥.)

Le suicide de la science. Éd. F.-X. de Guibert. 1999.

(انتحار العلم، طباعة دار النشر إف إكس دي غيبير، ١٩٩٩.)

Le silence des savants. Éd. du Rocher. à paraître.

(صمت العلماء، طباعة دار النشر دو روشيه، يُنشر لاحقا.)

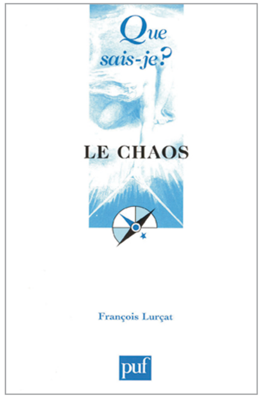
مساهمات في مؤلفات مشتركة

Le chaos et l'Occident. dans B. d'Espagnat (dir.). Implications philosophique- de la science contemporaine. PUF. 2001.

الفوضى والغرب، تحت إشراف ب. ديسبانيا، الدلالات الفلسفية للعلم المعاصر، طباعة بريس أونيفيرسيتير فرانس ،٢٠٠١)

Niels Bohr : un malentendu prolongé. dans M. Espinoza (dir.). De la science à la philosophie. Hommage à Jean Largeault. Paris. L'Harmattan. 2001.

(نيلس بور: سوء تفاهم مطول، تحت إشراف إم. إسبينوزا، من العلم إلى الفلسفة، إشادة بجان لارجو، باريس، لارماتان، ٢٠٠١)



عن الكتاب:

منذ نيوتن، كانت مقارنة المجموعة الشمسية بساعة الجدار. وقد بتنا ندرك اليوم أن استقرار المسارات الكوكبية الذي يجعل التنبؤ ممكناً، لا يدوم سوى مدة تقارب عشرة ملايين سنة. وهكذا حملنا هنري بوانكاريه وغيره من مكتشفي علم الفوضى، على توخّي مزيد من التواضع في هذا السياق. إلا أنّ دراسة أوجه الحركة المضطربة مفعمة أيضاً بمفاتيح المعرفة: فهي تعيننا على استيعاب ظواهر فيزيائية بالغة التنوع. يعرض هذا الكتاب، الذي لا يفترض اتّسام القارئ بمعرفة رياضية واسعة، بعضاً من التطورات العلمية العديدة الراهنة في نظريات علم الفوضى.

المؤلف:

فرانسوا لورسا

أستاذ فخري في جامعة باريس 11 في فرنسا (أورسيه)، وخبير مختص في الفيزياء، وهو مؤلف كتاب عن نيلس بور وفيزياء الكم (سوي، 2001)، حيث تساءل عن حال العلوم في المجتمعات الراهنة:

سلطة العلم، «L'autorité de la science» (Cerf) 1995

وانتحار العلم، «Le Suicide de la science» (Guibert) 1999

المترجم:

أ.زينا مغربل

حاصلة على بكالوريوس في إدارة أنظمة المعلومات من جامعة مريلاند الأمريكية. تعمل في تعريب وترجمة العديد من المؤلفات مثل الكتب والمجلات من اللغات الإنجليزية والفرنسية، وبخاصة في مجالات العلوم والتقنية.

مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية KACST

تعمل مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية على توفير المعرفة للقارئ العربي. فقامت في هذا الإطار بنشر سلسلة من الكتب والمجلات العلمية وأتاحتها للقراء دون مقابل بصيغتيها الرقمية والورقية. فجميع إصدارات المدينة متاحة على موقعها الإلكتروني ليتمكن المتصفح من تحميلها أو قراءتها على الإنترنت.

الموقع الالكتروني: www.kacst.edu.sa
إصدارات المدينة: publications.kacst.edu.sa
البريد الالكتروني: awareness@kacst.edu.sa

هاتف: ٠١١ ٤٨٨٣٤٤٤ - ٠١١ ٤٨٨٣٥٥٥
فاكس: ٠١١ ٤٨٨٣٧٥٦
ص.ب. ٦٠٨٦ الرياض ١١٤٤٢
المملكة العربية السعودية
مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية

رقم الوثيقة: 05P0046-BOK-0001-AR01

مطابع مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية
رقم: ٣٤٠٥٠٣
ردمك: ٩٧٨-٦٠٣-٨٠٤٩-٥٨-٧